فیزیک پایه دهم

فصل سوم

کار، انرژی، توان

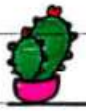
مدرسین:
فرزانه بابائی
محمدرضا عادل خانی

✓ در علوم سال هفتم دیدید انرژی مکانیکی به دو دسته تقسیم می‌شوند 8

انرژی مکانیکی ←
- ۱- انرژی جنبشی
- ۲- انرژی پتانسیل ←
  - گرانشی ← جسمی که در ارتفاع بالای سطح زمین قرار دارد.
  - کشسانی ← فنر فشرده یا کشیده
  - شیمیایی ← سوخت فسیلی، مواد خوراکی
  - الکتریکی ← مجموعه بارالکتریکی
  - مغناطیسی ← آهنربا

* اصل پایستگی انرژی 8 انرژی به وجود نمی‌آید، از بین هم نمی‌رود. فقط از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شود و از حالتی به حالت دیگر تبدیل می‌شود.

انرژی جنبشی



✓ هر جسمی که حرکت کند، انرژی دارد و انرژی وابسته به حرکت یک جسم را انرژی حرکتی یا انرژی جنبشی می‌نامیم!

* هر چه جسم تندتر حرکت کند ← انرژی جنبشی بیشتر می‌شود.
* اگر جسم ساکن باشد ← انرژی جنبشی آن صفر است.

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

انرژی جنبشی

- کمیت نرده‌ای و همواره مثبت است. ← به جهت حرکت جسم وابسته نیست!
- با جرم متناسب است $(m \propto K)$ ← (جرم ۲ برابر شود ← انرژی جنبشی دو برابر می‌شود)
- با مجذور سرعت متناسب است. $(K \propto v^2)$ ← (تندی ۲ برابر شود ← انرژی جنبشی چهار برابر می‌شود)

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

K: $kg\frac{m^2}{s^2}$ یا kg $(\frac{m}{s})^2$ یا SI: ژول (J)

- برای مقایسه انرژی جنبشی ۲ جسم، با جرم‌ها و تندی‌ها می‌توان مقادیر داریم (بدون یکا)

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \longrightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

مثال ۱) ماهواره‌ای به جرم ۲۰۰ kg با تندی ثابت ۲ $\frac{km}{s}$ دور زمین می‌چرخد. انرژی جنبشی ماهواره را بر حسب ژول و مگاژول بدست آورید.

$$v = 2\frac{km}{s} = 2000\ \frac{m}{s}$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times 2000 = 2 \times 10^8\ J = 0.2 \times 10^6\ J = 0.2\ MJ$$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

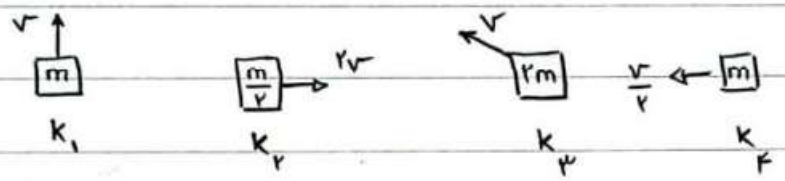
HiScol.iR

مثال ۲) گلوله‌ای به جرم ۲۰۰g دارای انرژی جنبشی ۱۶۰J است. تندی این گلوله چند متر بر ثانیه و چند km/h است؟

$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow 160 = \frac{1}{2} \times 0/2 \times v^2 \rightarrow v^2 = 1600 \rightarrow v = 40\ m/s$

$40\ m/s \times \frac{1\ km}{10^3\ m} \times \frac{3600\ s}{1\ h} = 144\ km/h$

مثال ۳) انرژی جنبشی هریک از اجسام زیر را باهم مقایسه کنید و مقدار آن را به ترتیب از کمترین به بیشترین بنویسید.

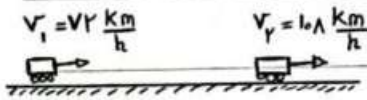


$K_1 = \frac{1}{2}mv^2$; $K_2 = \frac{1}{2} \times \frac{m}{2} \times 4v^2$; $K_3 = \frac{1}{2}(2m)v^2$; $K_4 = \frac{1}{2}m\frac{v^2}{4}$

$K_2 = 2K_1$ $K_3 = 2K_1$ $= \frac{1}{4}K_1$

$\rightarrow K_4 < K_1 < (K_2 = K_3)$

مثال ۴) جرم خودرویی و راننده‌اش ۸۰۰kg است. تندی خودرو در دو نقطه از مسیری روی سطح نشان داده شده است، تغییرات انرژی جنبشی خودرو $(\Delta K = K_2 - K_1)$ را بین این دو نقطه حساب کنید.

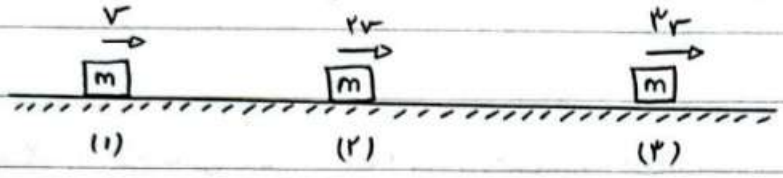


$\begin{cases} v_1 = 72\ \frac{km}{h} \xrightarrow{\div 3/6} 20\ m/s \rightarrow K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = 1/6 \times 10^5\ J \\ v_2 = 108\ \frac{km}{h} \xrightarrow{\div 3/6} 30\ \frac{m}{s} \rightarrow K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = 3/6 \times 10^5\ J \end{cases}$ (۱)

$\rightarrow \Delta K = K_2 - K_1 = 3/6 \times 10^5 - 1/6 \times 10^5 = 2 \times 10^5\ J$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۵) مطابق شکل زیر جسمی به جرم m در حال حرکت است و تندی آن در مرحله اول از v به $2v$ و در مرحله دوم از $2v$ به $3v$ رسیده است. جسم در کدام مرحله تغییرات انرژی جنبشی آن در مرحله دوم چند برابر مرحله اول است؟



$$\frac{\Delta K_2}{\Delta K_1} = \frac{\frac{1}{2}m(v_3^2 - v_2^2)}{\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)} = \frac{9v^2 - 4v^2}{4v^2 - v^2} = \frac{5v^2}{3v^2} = \frac{5}{3}$$

پاسخ: $\frac{\Delta K_2}{\Delta K_1} = \frac{5}{3}$

مثال ۶) تندی متحرک را اگر ۲ برابر و جرم آن را نصف کنیم در این صورت انرژی جنبشی چند برابر می‌شود؟

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{\frac{1}{2}m_1}{m_1} \times \left(\frac{2v_1}{v_1}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

مثال ۷) گلوله‌ای به جرم ۱۰۰ gr و انرژی جنبشی ۲۰ J با تندی ثابت در حال حرکت است. تندی این گلوله چقدر است؟

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 0.1 \times v^2 = 20 \rightarrow v^2 = 400 \rightarrow v = 20 \ m/s$$

مثال ۸) پرنده‌ای به جرم ۸۰۰ gr دارای ۴۰ J انرژی جنبشی است تندی پرنده را بر حسب $\frac{m}{s}$ بیابید:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow 40 = \frac{1}{2} \times 0.8 \times v^2 \rightarrow v^2 = 100 \ m^2/s^2 \rightarrow v = 10 \ m/s$$

پاسخ: $10 \frac{m}{s}$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۹) اتومبیلی با سرعت $5\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند و انرژی جنبشی آن $10\ kJ$ است. جرم اتومبیل را برحسب kg بیابید.

پاسخ:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow 10^4\ J = \frac{1}{2}m \times 5^2 \rightarrow m = 800\ kg$$

مثال ۱۰) انرژی جنبشی جسم A و جسم B یکسان است. اگر جرم A چهار برابر جرم جسم B باشد، تندی جسم A چند برابر تندی جسم B است؟

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \rightarrow \frac{K_B}{K_B} = \frac{4m_B}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{2}$$

* نکته: در بیان انرژی جنبشی اگر خواسته شود:

۱- انرژی جنبشی چقدر می‌شود؟ $K = \frac{1}{2}mv^2 = ?$

۲- انرژی جنبشی چقدر تغییر می‌کند؟ $\Delta K = K_2 - K_1 = ?$

۳- انرژی جنبشی چند برابر می‌شود؟ $\frac{K_2}{K_1} = ?$

۴- انرژی جنبشی چند درصد تغییر می‌کند؟ $\frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = ?$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۱۱) اگر تندی اتومبیلی ٪۲۰ افزایش یابد، انرژی جنبشی آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

$$\begin{cases} v_2 = v_1 + 0.2v_1 = 1.2v_1 \\ m_2 = m_1 \\ \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = ? \end{cases}$$

$$\checkmark \quad \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{m_1}{m_1} \times \left(\frac{1.2v_1}{v_1}\right)^2 = 1.44 \longrightarrow K_2 = 1.44K_1$$

$$\checkmark \quad \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = \frac{1.44K_1 - K_1}{K_1} \times 100 = \frac{0.44K_1}{K_1} \times 100 = 44\ \%$$

مثال ۱۲) جسمی در مسیر مستقیم با تندی v در حال حرکت است. اگر تندی این جسم $5\ m/s$ افزایش یابد، انرژی جنبشی آن ٪۴۴ افزایش می‌یابد. v چند m/s است؟

$$\begin{cases} v_2 = v_1 + 5 \\ K_2 = K_1 + 0.44K_1 = 1.44K_1 \\ v_1 = ? \\ m_2 = m_1 \end{cases}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \longrightarrow \frac{1.44K_1}{K_1} = \frac{m_1}{m_1} \times \left(\frac{v_1 + 5}{v_1}\right)^2$$

$$\longrightarrow 1.44 = \left(\frac{v_1 + 5}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{\sqrt{\ }} 1.2 = \frac{v_1 + 5}{v_1}$$

$$\longrightarrow 1.2v_1 = v_1 + 5 \longrightarrow 0.2v_1 = 5 \longrightarrow v_1 = 25\ \frac{m}{s}$$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۱۳) جرم کامیون ۳ برابر جرم یک سواری و سرعت سواری ۲ برابر سرعت کامیون است. انرژی جنبشی سواری چند برابر انرژی جنبشی کامیون است؟

$$\frac{K_S}{K_K} = \frac{\frac{1}{2} m_S v_S^2}{\frac{1}{2} m_K v_K^2} = \frac{m_S (2v_K)^2}{3m_S \, v_K^2} = \frac{4}{3}$$

پاسخ $\frac{4}{3}$

مثال ۱۴) از جرم جسمی ٪۲۰ کم می‌کنیم، برای اینکه انرژی جنبشی جسم ٪۲۵ افزایش یابد، باید تندی جسم چند درصد تغییر کند؟ (پاسخ ٪۲۵)

$$\begin{cases} m_2 = 80\% m_1 = 0.8 m_1 \\ K_2 = K_1 + 0.25 K_1 = 1.25 K_1 \\ \frac{(v_2 - v_1)}{v_1} \times 100 = ? \end{cases}$$

$$\checkmark \quad \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \rightarrow 1.25 = 0.8 \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 1.25 \rightarrow v_2 = 1.25 v_1$$

$$\checkmark \quad \frac{v_2 - v_1}{v_1} \times 100 = \frac{1.25 v_1 - v_1}{v_1} \times 100 = 25\%$$

مثال ۱۵) تندی جسمی ٪۲۰ می‌افزایم و جرم آن را ٪۵۰ کاهش می‌دهیم. انرژی جنبشی آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

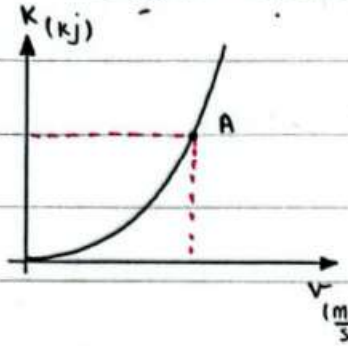
$$\begin{cases} v_2 = 1.2 v_1 \\ m_2 = 0.5 m_1 \end{cases} \quad \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{0.5 m_1}{m_1} \times \left(\frac{1.2 v_1}{v_1}\right)^2 = 0.72$$

$$\rightarrow K_2 = 0.72 K_1$$

$$\frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = \frac{0.72 K_1 - K_1}{K_1} \times 100 = -28\%$$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۱۶) نمودار تغییرات انرژی جنبشی جسمی به جرم ۲۰ kg ، برحسب سرعت مطابق شکل زیر است :



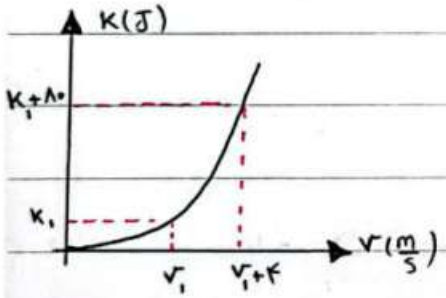
الف) در نقطه A تندی جسم چند m/s است ؟

ب) وقتی انرژی جنبشی جسم به ۳۶ kJ می‌رسد ، تندی آن چند $\frac{m}{s}$ است ؟

الف) $K_A = \frac{1}{2} m v_A^2 \rightarrow 16 \times 10^3 = \frac{1}{2} \times 20 \times v_A^2 \rightarrow v_A^2 = 1600 \rightarrow v_A = 40\ m/s$

ب) $K_B = \frac{1}{2} m v_B^2 \rightarrow 36 \times 10^3 = \frac{1}{2} \times 20 \times v_B^2 \rightarrow v_B^2 = 3600 \rightarrow v_B = 60\ m/s$

مثال ۱۷) در شکل مقابل ، نمودار انرژی جنبشی جسمی به جرم ۲٫۵ kg برحسب تندی آن نشان داده شده است .



v_1 چند $\frac{m}{s}$ است ؟ ۱) ۲ ۲) ۶

۳) ۱۰ ۴) ۱۶

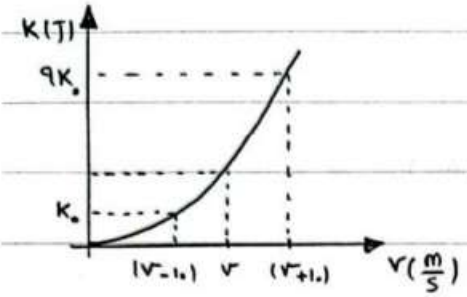
$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{2.5}{2} v_1^2 = 1.25 v_1^2$

$K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{2.5}{2} (v_1+4)^2 = 1.25(v_1^2 + 16 + 8v_1) = 1.25v_1^2 + 10v_1 + 20$

$K_2 = K_1 + 80 \rightarrow 1.25v_1^2 + 10v_1 + 20 - 80 \rightarrow 10v_1 = 60 \rightarrow v_1 = 6\ m/s$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۱۸) نمودار انرژی جنبشی برحسب تندی جسمی به جرم m مطابق شکل زیر است. v برحسب $\frac{m}{s}$ کدام است؟



۱) ۲۵ ۲) ۱۲
۳) ۵ ۴) ۲۰

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m}{m} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \rightarrow \frac{9K_0}{K_0} = \frac{(v+10)^2}{(v-10)^2} \xrightarrow{\sqrt{}} 3 = \frac{v+10}{v-10}$$

$$\rightarrow 3v - 30 = v + 10 \rightarrow 2v = 40 \rightarrow v = 20\ m/s$$

❤ ❤ ❤ ❤ ❤ ❤ ❤ ❤ ❤

کار انجام شده توسط نیروی ثابت $\vec{F}$

✔ در علوم سال هفتم دیدید که مفهوم کار در فیزیک، با مفهوم آن در زندگی روزمره بسیار متفاوت است.

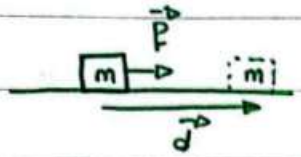
⇐ کار انجام شده توسط نیروی ثابت $\vec{F}$ را در ۲ حالت زیر بررسی می‌کنیم:

الف) حالتی که نیرو ($\vec{F}$) و جابه‌جایی ($\vec{d}$) هم‌جهت باشند. (در سال هفتم این‌گونه بود) (حالت خاص)

ب) حالتی که نیرو ($\vec{F}$) و جابه‌جایی ($\vec{d}$) با هم زاویه θ می‌سازند. (این حالت، حالت کلی بررسی نیرو است)

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

الف) حالتی که نیروی $\vec{F}$ و جابه‌جایی (d) هم‌جهت باشند (حالت خاص)



$$W = F\,d$$

(اندازه جابه‌جایی) — اندازه نیروی وارد بر جسم

* **تعریف کار:** اگر نیروی به جسمی وارد شود و آن را در جهت نیرو به اندازه d جابه‌جا کند مقدار کار این نیرو برابر است با

$$W_F = F \cdot d$$

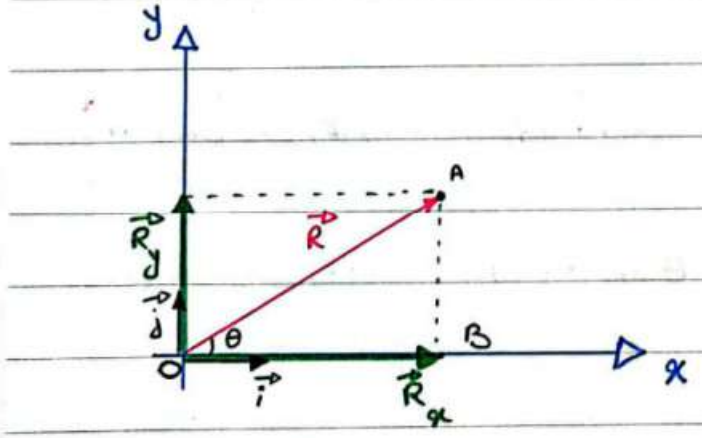
J ← F → N ، d → m

* **کار:**
۱. کمیت برداری (مقدار ـ اسکالر) است.
۲. یکای SI کار: ژول (J) ← $1\,J = 1\,N\cdot m$ (یک ژول، یک نیوتون در متر است!)
۳. $W_F = F.d$ ← ۲ شرط:
۱ـ نیرو ثابت، وارد شده بر جسم یا جابه‌جایی آن هم‌جهت باشد.
۲ـ جسم را مانند یک ذره فرض می‌کنیم (مدل سازی)
۴. یکای کار برحسب یکاهای اصلی:

$$\text{یکای کار} = \text{یکای نیرو} \times \text{یکای جابه‌جایی} = kg\,\frac{m}{s^2} \times m = kg\,\frac{m^2}{s^2}$$

ب) * حالتی که نیروی (F) و جابه‌جایی (d) با هم زاویه θ می‌سازند * (حالت کلی)

یادآوری از کنکور: بردارها



سلام مدرسه
www.HiScol.IR

بردار $\vec{R}$: $\vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j}$ ✓

✓ تصویر بردار R روی محور x و مولفه R روی محور x و R_x

✓ تصویر بردار R روی محور y و مولفه R روی محور y و R_y

در مثلث قائم الزاویه $\overset{\Delta}{OAB}$ داریم (نسبت های مثلثاتی)

$$\sin\theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{AB}{OA} = \frac{R_y}{R} \longrightarrow \boxed{R_y = R\sin\theta} \quad ۱$$

$$\cos\theta = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{OB}{OA} = \frac{R_x}{R} \longrightarrow \boxed{R_x = R\cos\theta} \quad ۲$$

$$\vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j} \xrightarrow{۱,۲} \vec{R} = R\cos\theta\,\vec{i} + R\sin\theta\,\vec{j}$$

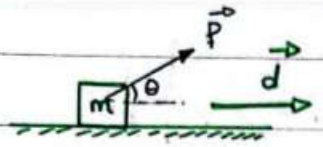
اندازه بردار R : $|R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{R^2\cos^2\theta + R^2\sin^2\theta}$

θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$
۰	۰	۱
۳۰	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}/2$
۴۵	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
۶۰	$\sqrt{3}/2$	$1/2$
۹۰	۱	۰
۱۸۰	۰	-۱

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

HiScol.iR

اگر جسمی را با نیروی $\vec{F}$ بکشم، خواهم داشت:



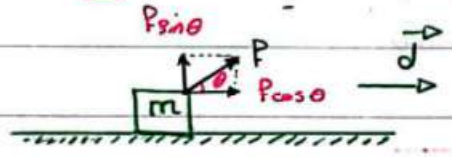
$$\vec{F} = F\cos\theta\,\vec{i} + F\sin\theta\,\vec{j} \longrightarrow \begin{cases} F_x = F\cos\theta & \text{مولفه افقی} \\ F_y = F\sin\theta & \text{مولفه عمودی} \\ F = |\vec{F}| = \sqrt{F^2\cos^2\theta + F^2\sin^2\theta} \end{cases}$$

✓ اگر نیرویی وجود دارد که در راستای جابه‌جایی آن نباشد، نیرو به ۲ مولفه تقسیم می‌شود: یکی عمود بر جسم

و دیگری موازی با حرکت جسم. ← آن بخشی از نیرو کار انجام می‌دهد که در جهت جابه‌جایی جسم باشد.

(یعنی مولفه افقی نیرو) ← حال طوری که می‌دانیم اگر نیرو و جابه‌جایی هم راستا باشند کار انجام می‌دهد

که در جهت جابه‌جایی جسم باشد و کار انجام شده روی جسم تنها ناشی از مولفه‌ای از نیرو است که در راستای



جابه‌جایی است. ($F\cos\theta$)

$$W = F\cos\theta\, d$$

$$W = F\cos\theta\, d$$

- نیرویی که موجب حرکت می‌شود.
- زاویه بین نیرو و جابه‌جایی
- جابه‌جایی در راستای نیرو

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

♡ بررسی چند حالت خاص :

۱- if $\theta = 0^\circ$: $W = F\cos\theta\, d = F.d$

۲- if $\theta = 180^\circ$: $W = F\cos 180^\circ\, d = -Fd$

۳- if $\theta = 90^\circ$: $W = F\cos 90^\circ\, d = Fd(0) = 0$ کار صفر است.

۴- if $0 \leq \theta < 90 \rightarrow \cos\theta > 0$: $W > 0$ کار مثبت است.

۵- if $90 < \theta \leq 180 \rightarrow \cos\theta < 0$: $W < 0$ کار منفی است.

♡ در حالت‌هایی کار انجام نمی‌شود ($W = 0$):

۱- نیرو به جسم وارد نشود. ($F = 0$)

۲- جابه‌جایی آسان شود. ($d = 0$)

۳- نیرو بر جابه‌جایی عمود باشد. ($\theta = 90$)

← اگر جسمی با سرعت ثابت حرکت کند، نیروی خالص وارد بر آن صفر است.

♡ کار همه نیروهای منفی است :

- کار نیروی مقاومت هوا
- کار نیروی اصطکاک
- کار نیروی شاره

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

HiScol.iR

مثال ۱۹) نیروی ۱۰۰N که با سطح افق زاویه ۶۰ درجه می سازد، جسمی را به اندازه ۲۰m در سطح افق جابه جا می کند.

کار انجام شده چقدر است؟ ($\cos 60^\circ = 0/5$)

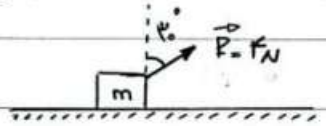
$$W_F = F \cos\theta \, d = 100 \times \cos 60 \times 20 = 1000 \, J$$

مثال ۲۰) برای کشیدن جعبه ای روی سطح افق ۴۰N نیرو موازی سطح لازم است. کار لازم برای ۸۰cm جابه جایی جسم چند ژول است؟

۱) ۳۲ ۲) ۵۰ ۳) ۳۲۰ ۴) ۵۰۰

$$W = F \cos\theta \, d = 40 \times 1 \times 0/8 = 32 \, J$$

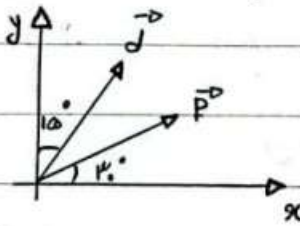
مثال ۲۱) در شکل مقابل، نیروی $F = 4N$ وزنه M را روی سطح افق در هر ثانیه، ۲m جابه جا می کند. کار این نیرو در مدت ۱۰s برابر چند ژول است؟



۱) ۴ ۲) $4\sqrt{3}$ ۳) ۴۰ ۴) $40\sqrt{3}$

$$W = F \cos\theta \, d = 4 \times \cos 60 \times 20m = 4 \times \frac{1}{2} \times 20 = 40 \, J$$

مثال ۲۲) مطابق شکل، در صفحه xoy، نیروی ثابت $F = 10N$ به جسمی اثر می کند و آن را به اندازه $d = 20m$ جابه جا می کند. کار نیروی F طی این جابه جایی چند ژول است؟



۱) ۲۰۰ ۲) $100\sqrt{2}$ ۳) ۱۰۰ ۴) $100\sqrt{3}$

$$W = F \cos\theta \, d = 10 \times \cos 45 \times 20 = 100\sqrt{2} \, J$$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

HiScol.iR

مثال ۲۳) جسمی به جرم ۵kg به اندازه ۲m روی سطح افق جابه‌جا می‌شود. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت ۱۰N باشد، کار نیروی اصطکاک برحسب ژول برابر است با

۱) -۲۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۰ ۴) -۱۰

$$W_{F_k} = F_k \cos\theta\, d = 10 \times \cos 180 \times 2 = -20\ J$$

♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡

نکته ۸ فرض کنید نیروی $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$ در جابه‌جایی $\vec{d} = d_x\vec{i} + d_y\vec{j}$ برحسب متر باشد، در این صورت F_x با d_x و همچنین F_y با d_y هم راستا خواهند شد. پس می‌توانیم بگوییم کاری که F در این جابه‌جایی انجام داده است، برابر است با

$$W_F = W_{F_x} + W_{F_y} = F_x d_x + F_y d_y$$

مثال ۲۴) کار نیروی $\vec{F} = 2\vec{i} + 2\sqrt{2}\vec{j}$ در جابه‌جایی $\vec{d} = 5\sqrt{2}\vec{i} - 5\vec{j}$، چند ژول است؟

$$W_F = F_x d_x + F_y d_y$$
$$= (2 \times 5\sqrt{2}) + (2\sqrt{2} \times (-5)) = 10\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = 0\ J$$

مثال ۲۵) نیروی $\vec{F} = (30N)\vec{i} + (40N)\vec{j}$ به جسمی به جرم ۵kg وارد می‌شود و آن را روی سطح افق به اندازه $\Delta\vec{x} = 6m\,\vec{i}$ جابه‌جا می‌کند. کار نیروی $\vec{F}$ در این جابه‌جایی چند ژول است؟ (سراسری تجربی ۹۸)

۱) ۱۸۰ ۲) ۲۴۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۴۲۰

$$W_F = 30 \times 6 = 180\ J$$

گزینه ۱

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

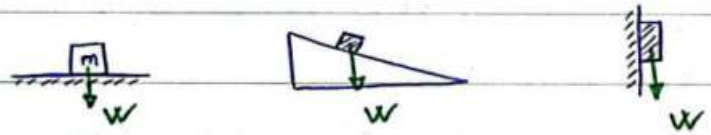
مثال ۲۶) نیروی $\vec{F}=8\vec{i}-6\vec{j}$ جسمی را ۲ m در جهت محور x ها جابه‌جا کرده است. کار نیروی F، چند ژول است؟

$$W_F = F_x d_x + F_y d_y = 8\times 2 - 6\times 0 = 16\ J$$

* بررسی چند نیروی خاص:

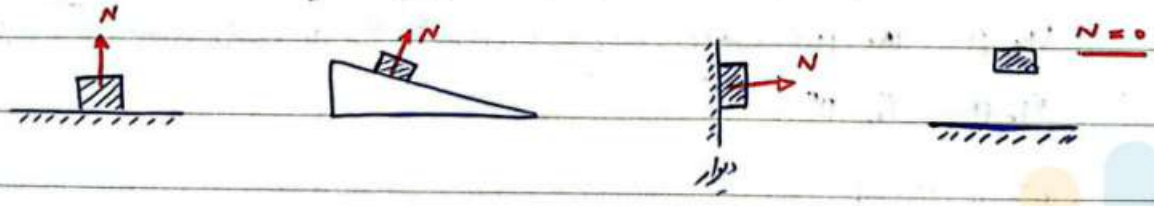
۱- نیروی محرک: نیروی که باعث حرکت یا حرکت جسم می‌شود ← تمام نیروهایی که در جهت حرکت جسم هستند محرک‌اند. و تمام نیروهایی که در خلاف جهت حرکتند، مقاوم هستند.

۲- نیروی وزن W: نیروی گرانشی که زمین به جسم وارد می‌کند. ← جهت نیروی وزن همیشه به سمت مرکز زمین است.



← جهت نیروی وزن بستگی به طور قرارگیری جسم روی سطح جسم دیگر ندارد.

۳- نیروی عمودی تکیه‌گاه N: نیروی ناشی که از طرف تکیه‌گاه بر جسم اثر می‌کند ← جهت نیروی عمودی تکیه‌گاه بستگی به طور قرارگیری جسم روی سطح جسم دیگر دارد.



سلام مدرسه
www.HiScol.IR

۴ - نیروی اصطکاک: نیروی که در سطح تماس دو جسم، که با حرکت جسم نسبت به جسم دیگر مخالفت می‌کند به آن نیروی اصطکاک می‌گوییم. ← نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت نسبی اثر می‌کند و عمود بر نیروی نام N موازی با سطح

- نیروی اصطکاک ایستایی: به اصطکاک جسم در حال سکون می‌گویند.
- نیروی اصطکاک جنبشی: به اصطکاک جسم در حال حرکت می‌گویند.

♡ بررسی کار چند نیروی خاص:

۱- کار نیروی محرک (نیروی موتور):

$$W_F = Fd$$

۲- کار نیروی وزن:
- جابه‌جایی افقی: $W_{mg} = 0\ J$
- جابه‌جایی قائم:
  - به سمت بالا: $W_{mg} = -mgh$
  - به سمت پایین: $W_{mg} = mgh$

۳- کار نیروی عمودی تکیه‌گاه:
- در جابه‌جایی افقی: $W_N = 0$
- در جابه‌جایی قائم (آسانسور):
  - به سمت بالا: $W_N = F_N d$
  - به سمت پایین: $W_N = -F_N d$

۴- کار نیروی اصطکاک:
- ایستایی: $W_{f_s} = 0$
- جنبشی: $W_{f_K} = -f_k d$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۲۷) جسمی به جرم ۱۰kg توسط نیروی F از روی سطح زمین به اندازه ۵m بالا برده می‌شود. کار نیروی وزن در این جابه‌جایی چند ژول است؟

$W_{mg} = mg\cos\theta\, d = 10\times 10\times \cos 180^\circ \times 5 = -500\,J$

$W_{mg} = -500\,J$

مثال ۲۸) جسمی به جرم ۵kg به اندازه ۲m روی سطح افقی جابه‌جا می‌شود. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت ۱۰N باشد، کار نیروی اصطکاک را به دست آورید؟

$W_{F_k} = F_k\cos\theta\, d = 10\times -1\times 2 = -20\,J$

$W_{F_k} = -20\,J$

مثال ۲۹) وزنه‌برداری وزنه‌ای به جرم ۴۰kg را به طور یکنواخت ۱٫۵m بالای سر خود می‌برد. کاری که این وزنه‌بردار روی وزنه انجام می‌دهد چند ژول است؟

به طور یکنواخت $\rightarrow W_t = 0 \rightarrow W_{mg} + W_F = 0$

$\hookrightarrow W_F = -W_{mg}$

$W_{mg} = mg\cos\theta\, d = 40\times 10\times -1\times 1{,}5 = -600\,J$

$\rightarrow W_F = 600\,J$

$W_F = 196\,J$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۴۰ شخصی چمدانی به جرم ۵kg را یک متر در امتداد افق و سپس یک متر در امتداد قائم حمل می‌کند. کاری که این شخص در مجموع بر وزن چمدان انجام می‌دهد چند ژول است؟

$W_1 = F\cos\theta\, d = F\cos 90^\circ d = 0$

$W_2 = 50\times 1\times 1 = 50\,J$

$W_P = W_1 + W_2 = 50\,J$

$W_P = 50\,J$

کار کل W_t

اگر به جسمی چند نیرو وارد شود از ۲ روش می‌توان کار کل را محاسبه کرد:

روش اول: کار انجام شده توسط هرکدام از نیروها را محاسبه می‌کنیم و با جمع جبری کار انجام شده توسط هرکدام از نیروها کار کل را محاسبه می‌کنیم.

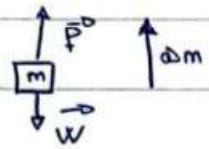
روش دوم: برایند نیروهای وارد بر جسم را در هرکدام از مولفه‌ها حساب می‌کنیم و برای محاسبه کار کل از نیروی خالص که در امتداد بردار جابه‌جایی است، استفاده می‌کنیم.

* حل مثال ۳-۴ کتاب
۳-۵
تمرین ۳-۵

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۳۱) جسمی به جرم $24kg$ با نیروی $P=300N$ به ارتفاع $5m$ قطع زمین برده می‌شود. $(g=10\frac{m}{s^2})$

الف) کار نیروی وزن ب) کار نیروی F ج) کار برآیند نیروها در این جابه‌جایی را حساب کنید.



الف) $W_{mg} = -mgd = -240 \times 5 = -1200\ J$

ب) $W_F = Fd\cos\theta = 300 \times 5 \times 1 = 1500\ J$

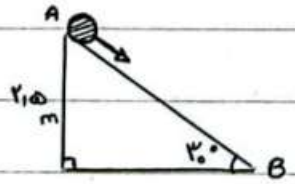
ج) $F_T = 300 - 240 = 60\ J \rightarrow W_{F_T} = 60 \times 5 \times 1 = 300\ J$

کار کل $W_t = W_{mg} + W_F = -1200 + 1500\ J = 300\ J$

نکته: جمع جبری به این معناست که ممکن است کار برخی نیروها منفی شود و برای محاسبه کار کل، علامت منفی کار باید در جمع کردن در نظر گرفته شود!

دقت شود که نیروهایی که عمود بر جابه‌جایی هستند همیشه در محاسبه کار کل وارد شده برجسم W_t کاهنده‌اند!

مثال ۳۲) جسمی به جرم $8kg$ از بالای سطح شیبداری مطابق شکل به طرف پائین می‌لغزد.



الف) کار نیروی گرانش چند ژول است؟

ب) اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت $8N$ باشد، کار نیروی اصطکاک از A تا B چند ژول است؟

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

ب) $W_{mg} = mg\,d\cos\theta = 8\times10\times(2{,}5)\times1 = 200\ J$

ب) $F_k = 8N \rightarrow W_{F_k} = F_k\,d\cos\theta \overset{①}{=} 8\times5\times-1 = -40\ J$

$\sin30^\circ = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2{,}5}{\text{وتر}} \Rightarrow$ وتر $= AB = 5m$ ①

مثال ۳۳) مطابق شکل زیر، نیروی $20N$ با زاویه 30° به جسمی به جرم $4kg$ وارد می‌شود. اگر بزرگی نیروی اصطکاک بین جسم و سطح $12N$ باشد، شتاب کار نیروی F بر کار نیروی اصطکاک بعد از طی جابه‌جایی $10m$، کدام است؟

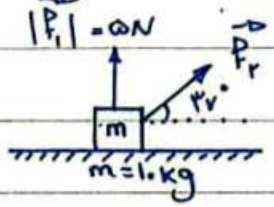
۱) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ ۲) $-\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ۳) $\frac{-2\sqrt{3}}{5}$ ۴) $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

$\frac{W_F}{W_{F_k}} = ?$ ؛ $W_F = 20\times\cos30^\circ\times10 = 200\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3}\ J$

$W_{F_k} = F_k\cos\theta\,d = 12N\times-1\times10m = -120\ J$

$\frac{W_F}{W_{F_k}} = \frac{100\sqrt{3}}{-120} = -\frac{5}{6}\sqrt{3}$ گزینه ۲

مثال ۳۴) مطابق شکل زیر به جسمی که روی سطح افقی قرار دارد ۲ نیروی F_1 و F_2 وارد می‌شود اگر نیروی اصطکاک جسم با سطح افقی $10N$ و پس از $5m$ جابه‌جایی افقی، کل کار نیروها بر جسم معادل $110\ J$ باشد، بزرگی نیروی F_2 چند نیوتن است؟ ($\cos53^\circ = 0.6$)



پاسخ: $F_2 = 40N$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

HiScol.iR

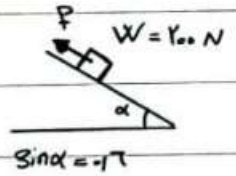
بازه ۰ : $W_t = W_{P_2} + W_{P_k} \xrightarrow{①} 110\,J = W_{P_2} + (-50) \rightarrow W_{P_2} = 160\,J$

$W_{P_k} = -F_k d = -10 \times 5 = -50\,J$ ①

$W_{P_2} = P_2 \cos 37^\circ d \rightarrow 160 = P_2 \times 0.8 \times 5 \rightarrow P_2 = 40\,N$

زاویه	37°	53°
sin	0.6	0.8
cos	0.8	0.6

مثال ۳۵) در شکل زیر، نیروی F وزنه ۲۰۰ N را با سرعت ثابت $2\frac{m}{s}$ روی سطح شیبدار بالا می‌برد. اگر نیروی اصطکاک



در مقابل حرکت جسم 30 N باشد کار نیروی F در مدت 10s چند ژول است؟

۱) 1200 ۲) 6400 ۳) 2400 ۴) 30000

$F_k = 30\,N$

سرعت ثابت $\rightarrow W_t = 0 \rightarrow W_F + W_{mg} + W_{F_k} = 0 \rightarrow W_F = -(W_{mg} + W_{F_k})$ ①

$\Delta t = 10\,s \rightarrow \Delta x = v\Delta t = 2 \times 10 = 20\,m$

$W_{mg} = -mgh = -200 \times 12 = -2400\,J$ ②

$\sin\alpha = \frac{h}{\text{وتر}} \rightarrow h = 0.6 \times 20 = 12\,m$

$W_{F_k} = F_k \cos\theta\, d = -30 \times 20 = -600\,J$ ③

$1,2,3 \rightarrow W_F = -(-2400 - 600) = +3000\,J$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۳۶) مطابق شکل زیر، متحرکی تحت تأثیر نیروی $\vec{F} = 20\vec{i} + 30\vec{j}$ (در SI) روی سطح افقی شروع به حرکت می‌کند. اگر اندازه نیروی اصطکاک وارد بر متحرک برابر با ۸ N باشد، کار کل انجام شده روی جسم طی ۱۵m جابه‌جایی روی محور x ها برابر با چند ژول است؟

۱) ۳۰۰ ۲) ۴۵۰ ۳) ۱۸۰ ۴) ۱۵۰

$$W_t = F_T \, d \cos\theta = (20-8) \times 15 \times 1 = 12 \times 15 = 180 \, J$$

کار و انرژی جنسی

اگر جسمی در حال حرکت (در حال جابه‌جایی) باشد و نیروی خالصی بر آن وارد شود (آن نیرو می‌تواند روی جسم کار انجام دهد یا نه) آن نیرو می‌تواند انرژی جنسی جسم را تغییر دهد:

۱) اگر کار انجام شده منفی باشد (نیروی وارد شده به جسم در جهت جابه‌جایی باشد) یعنی انرژی جنسی جسم افزایش یافته!

۲) اگر کار منفی باشد (نیروی وارد شده به جسم در خلاف جهت جابه‌جایی باشد) انرژی جنسی جسم کاهش یافته!

بنابراین:
- جابه‌جایی و نیرو هم جهت ← $W_t > 0$ ← $K \uparrow$
- جابه‌جایی و نیرو خلاف جهت ← $W_t < 0$ ← $K \downarrow$

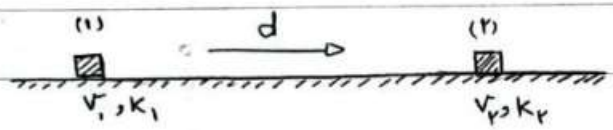
سلام مدرسه
www.HiScol.IR

دیدیم که بین کار انجام شده و تغییر انرژی جنبشی رابطه‌ای وجود دارد که به قضیه کار و انرژی معروف است:

قضیه کار و انرژی: کار کل انجام شده روی یک جسم برابر است با تغییر انرژی جنبشی آن جسم.

$$W_t = K_2 - K_1 = \Delta K$$

قضیه کار و انرژی علاوه بر حرکت جسم روی خط مستقیم، برای حرکت جسم روی مسیر خمیده نیز معتبر است.



اگر جسم انرژی داده باشد ← $W_t > 0 \longleftrightarrow K_2 > K_1$ (انرژی جنبشی افزایش یافته) $\longleftrightarrow v_2 > v_1$

$W_t = 0 \longleftrightarrow K_2 = K_1 \longleftrightarrow v_2 = v_1$

اگر جسم انرژی گرفته باشد ← $W_t < 0 \longleftrightarrow K_2 < K_1 \longleftrightarrow v_2 < v_1$

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

با توجه به قضیه کار و انرژی می‌توانیم بنویسیم

مثال ۳۷) نیروی خالص ثابتی به جسم $10\,kg$ که با سرعت $4\,\frac{m}{s}$ از F می‌رسد، کار این نیرو چند ژول است؟

$$W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\times 10(36 - 16) = 100\,J$$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۳۸) ماشینی به جرم ۵۰۰gr با تندی $25\frac{m}{s}$ در حال حرکت است و با دیدن مانعی ترمز کرده و تندی آن به $5\frac{m}{s}$ می‌رسد. اگر ۰/۲ از انرژی جنبشی از دست رفته صرف نرم شدن لاستیک‌های ماشین شود، تقریبا چند ژول گرما به لاستیک‌ها رسیده است؟

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\times\frac{500}{1000}(25 - 625) = -150\ J$$

$$\text{گرمای تولید شده} = -150 \times 0/02 = -3\ J = -3\ J$$

مثال ۳۹) جسمی به جرم ۴۰gr را از ارتفاع ۸۰m سطح زمین رها می‌کنیم و با تندی $20\frac{m}{s}$ به زمین می‌رسد. کار برآیند نیروهای وارد بر آن در طول مسیر چند ژول است؟

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\times 40\times 10^{-3}\ kg(900 - 0) = 18\ J$$

مثال ۴۰) توپ فوتبالی به جرم ۵۰۰gr از فاصله ۲۰m با تندی $20\frac{m}{s}$ به طرف دروازه شوت می‌شود، توپ با تندی $10\frac{m}{s}$ به دست‌های دروازه‌بان برخورد می‌کند، کار کل انجام شده روی توپ چند ژول است؟

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\times 0/5(10^2 - 20^2) = 0/25 \times (-300) = -75\ J$$

مثال ۴۱) اگر کار کل نیروهای وارد بر جسمی به جرم ۲kg، برابر ۲۱J و تندی جسم در ابتدا برابر $2\frac{m}{s}$ باشد، پس از انجام این کار بر روی جسم تندی آن به چند m/s می‌رسد؟

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \rightarrow 21 = \frac{1}{2}\times 2\times(v_2^2 - 2^2) \rightarrow v_2 = 5\ m/s$$

مثال ۴۲) جسمی به جرم ۸kg با تندی $10\frac{m}{s}$ روی خط راست حرکت می‌کند. چه نیروی برحسب N و در کدام جهت باید در راستای حرکت آن وارد شود تا پس از طی مسافت ۸m، انرژی جنبشی آن به ۱۲۰۰J برسد؟

۱) ۱۰۰ و در جهت حرکت ۲) ۵۰ و در جهت حرکت ۳) ۵۰ و در خلاف جهت حرکت

۴) ۱۰۰ و در خلاف جهت حرکت

$$\begin{cases} m = 8kg \; ; \; v_1 = 10\,m/s \; ; \; F = ? \\ d = 8m \; ; \; K_2 = 1200J \end{cases}$$

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}\times 8\times 100 = 400J$$

$$\Delta K = W_t = K_2 - K_1 = 1200 - 400 = 800J$$

$$W_t = F\cos\theta\, d \Rightarrow 800 = F\cos\theta \times 8 \Rightarrow F = 100\,N$$

گزینه ۱

مثال ۴۳) اتومبیلی به جرم 1200kg با تندی $108\frac{km}{h}$ در حرکت است. اگر راننده ترمز کند، اتومبیل پس از طی مسافت 20m می‌ایستد، کار نیروی اصطکاک بدنه اتومبیل چند ژول است؟

$$v_1 = 108\,km/h \xrightarrow{\div 3.6} 30\,m/s$$

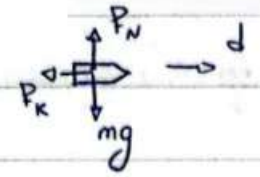
$$W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\times 1200(0 - 900) = -540000J \quad (1)$$

$$W_t = W_{F_k} \overset{(1)}{=} -540000J$$

مثال ۴۴) گلوله‌ای به جرم 24gr با تندی $800\,m/s$ به صورت افقی وارد تنه درختی می‌شود. اگر گلوله به اندازه 12cm در تنه درخت فرو رود و متوقف شود، کار نیروی که تنه به آن وارد می‌کند چقدر است؟

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

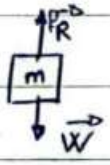
باسع :



$$W_t = W_{P_N} + W_{mg} + W_{P_K} = K_2 - K_1 \longrightarrow W_{P_K} = \frac{-1}{2} m v_1^2 = \frac{-1}{2} \times 0.12 \times 500^2$$

$$= -3000\ J$$

مثال ۴۵) جسمی به جرم ۲kg، از ارتفاع ۱۰m سطح زمین رها می‌شود و با تندی ۱۲ m/s به زمین می‌رسد. در این حرکت کار نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟

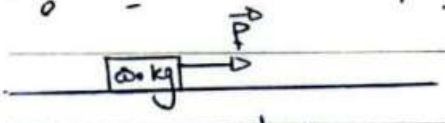


$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 2 \times (12^2 - 0) = 144\ J$$

$$W_t = W_{mg} + W_{P_R} \xrightarrow{①} 144 = 200 + W_{P_R} \longrightarrow W_{P_R} = -56\ J$$

$$W_{mg} = mgh = 2 \times 10 \times 10 = 200 \quad ①$$

مثال ۴۶) صندوقی به جرم ۵۰kg با تندی ثابت ۱m/s توسط یک نیروی افقی روی کف اتاق کشیده می‌شود. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت ۲۰۰N باشد، مقدار کاری که در هر متر جابه‌جایی جسم در اثر اصطکاک تولید می‌شود چند ژول است؟ کار نیروی $\vec{F}$ چقدر است؟



$d = 1m$

$$W_t = \Delta K \overset{\text{تندی ثابت}}{=} 0$$

$$W_t = W_F + W_{f_k} = 0 \longrightarrow -W_{f_k} = W_F = -f_k d \cos\theta = +200 \times 1 = 200\ J$$

$$W_F = 200\ J$$

$W_{f_k} = -200\ J$ ← مقدار کاری تولید شده در اثر اصطکاک

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۴۷) اتومبیلی به جرم ۱ تن با تندی ۳۶ $\frac{km}{h}$ در حرکت است. ناگهان راننده با دیدن مانعی که در ۱۵m او واقع شده، ترمز می‌کند. اگر نیروی اصطکاک سر جاده و جرخ ۵۰۰۰ N باشد، الف) آیا اتومبیل به مانع برخورد می‌کند؟ ب) کار نیروی اصطکاک؟

الف)

$$W_t = \Delta K = K_2 - K_1 = -\frac{1}{2}mv_1^2 = -\frac{1}{2}\times 10^3 \times (10)^2 = -\frac{1}{2}\times 10^5$$

از طرفی: $W_t = W_{F_k}$

$$W_{F_k} = F_k \cos\theta\, d = -F_k d = -5\times 10^3 \times d = -\frac{1}{2}\times 10^5 \rightarrow d = 10m$$

پس از ۱۰m راه رسیدن به مانع برخورد می‌کند.

ب) $W_{F_k} = W_t = -\frac{1}{2}\times 10^5 = -5\times 10^4 J$

مثال ۴۸) قطره بارانی به جرم ۰.۱۸gr از ابری در ارتفاع ۲km رها شده و پس از مدتی با سرعت ثابت ۱۰۰ $\frac{m}{s}$ به زمین می‌رسد. الف) کار نیروهای وارد بر قطره باران را حساب کنید. ب) کار نیروی وزن ج) کار نیروی مقاومت هوا

الف) $W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\times 0.18\times 10^{-3}\times 10^4 = 4\ J$

ب) $W_{mg} = -\Delta U = -mg\Delta h = 0.18\times 10^{-3}\times 10\times 2\times 10^{-3} = 16\ J$

ب) $W_t = W_{mg} + W_{F_k} \rightarrow 4 = 16 + W_{F_k} \rightarrow W_{F_k} = -12\ J$

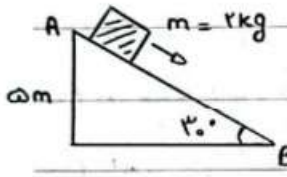
سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۴۹) گلوله تفنگی به جرم ۲۰gr با سرعت $300\frac{m}{s}$ به تنه درختی برخورد می‌کند و با سرعت $100\frac{m}{s}$ از طرف دیگر آن خارج می‌شود، کار نیروی درخت وارد بر گلوله چقدر است؟

$$W_t = \Delta k = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\times 20\times 10^{-3}\left(10^4 - 9\times 10^4\right) = -800J$$

$$W_t = W_F + W_{mg} \rightarrow W_F = -800J$$

مثال ۵۰) در شکل مقابل، وزنه ۲kg از حال سکون به حرکت در می‌آید. اگر اصطکاک ناچیز باشد، انرژی جنبشی وزنه در لحظه رسیدن به انتهای خط چقدر است؟

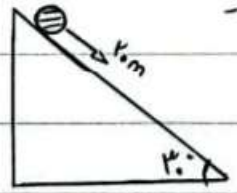


(در این مسأله نیروی موثر بر وزنه، نیروی وزن است.)

$$\left.\begin{aligned} W_t &= \Delta K = K_2 - K_1^{\nearrow 0} = K_2 \\ W_t &= W_{mg} \end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{W_{mg} = K_2}$$

$$W_{mg} = +mgh = \quad \times 5 = 100J \rightarrow K_2 = 100J$$

مثال ۵۱) گلوله‌ای به جرم ۴kg مطابق شکل با تندی $2\frac{m}{s}$ مماس بر سطح به طرف پائین پرتاب شده و پس از طی ۲۰m جابه‌جایی تندی آن به $6\frac{m}{s}$ می‌رسد، مطلوب است: الف) کار کل نیروهای وارد بر جسم (قضیه کار و انرژی)



ب) کار نیروی وزن

ج) کار نیروی اصطکاک

الف) $W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}\times 4(36 - 4) = 64J$

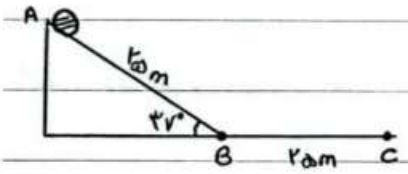
سلام مدرسه
www.HiScol.IR

ب) $d = 20m \rightarrow h = d \times \sin 30^\circ = 20 \times \frac{1}{2} = 10\,m$

$$W_{mg} = +mgh = 4 \times 10 \times 10 = 400\,J$$

ب) $W_t = W_{mg} + W_{F_k} \Rightarrow 76 = 400 + W_{F_k} \rightarrow W_{F_k} = -324\,J$

مثال ۴۲) (اضافه) در شکل زیر جسم کوچکی به جرم 1kg از نقطه A روی سطح رها شده و پس از طی مسیر در نقطه C متوقف می‌شود. اگر نیروی اصطکاک جسم روی سطح شیبدار نصف وزن جسم باشد، مطلوب است:



الف) اندازه‌ی وزنه در نقطه B؟

ب) کار نیروی اصطکاک در کل مسیر؟

پ) اندازه نیروی اصطکاک در مسیر BC چند N؟

الف) $h = d \sin 37 = 25 \times 0.6 = 15m$

$$\left.\begin{array}{l} W_t = W_{mg} + W_{F_k} \\ W_t = K_B - K_A \end{array}\right\} \xrightarrow{F_k = \frac{1}{2}mg} W_{mg} + W_{F_k} = K_B$$

$$mgh + \tfrac{1}{2}mg(-1)d = \tfrac{1}{2}mV_B^2 \rightarrow 150 - 125 = \tfrac{1}{2}V_B^2$$

$$V_B^2 = 50 \rightarrow V_B = \sqrt{50}$$

$$\left.\begin{array}{l} V_B = \sqrt{50} \\ W_{F_k} = -150\,J \\ F_k = 1N \end{array}\right\}$$

ب) $V_A = 0$, $V_C = 0$

$$\left.\begin{array}{l} W_t = K_C - K_A \\ W_t = W_{mg} + W_{F_k} \end{array}\right\} \rightarrow W_{mg} + W_{F_k} = 0 \rightarrow W_{F_k} = -mgh = -150\,J$$

پ) $W_t = K_C - K_B \rightarrow W_{F_k} = K_C - K_B \rightarrow -F_k d = 0 - \tfrac{1}{2}mV_B^2$

$$F_k \times 25 = \frac{1}{2} \times 1 \times 50 \rightarrow F_k = 1N$$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

انرژی پتانسیل

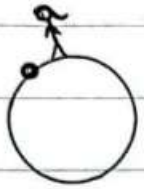
- انرژی پتانسیل یک انرژی ذخیره‌ای است و انواع مختلفی دارد:
  - گرانشی ← در این فصل می‌خوانیم!
  - الکتریکی
  - کشسانی
  - شیمیایی
  - مغناطیسی

- انرژی جنبشی ← مربوط به حرکت یک جسم و برابر است با نصف جرم در مجذور تندی حرکت.

- انرژی پتانسیل ← به معنی انرژی ذخیره شده در سامانه (دستگاه یا سیستم) است.
  - وقتی دو یا چند جسم به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند به دلیل موقعیت مکانی‌شان در سامانه، انرژی پتانسیل دارند (انرژی پتانسیل در یک سامانه است.) ← انرژی پتانسیل به معنای اخص است به یکدیگر نسبت دارد.
  - وقتی انرژی پتانسیل یک سامانه تغییر می‌کند به شکل‌های دیگر انرژی تبدیل می‌شود.
  - انرژی پتانسیل کمیتی نسبی و معادله‌ای است و برای آن باید یک مبدا در نظر گرفت.

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

تعریف سامانه : هر سامانه می‌تواند دست کم از دو یا چند جسم تشکیل شده باشد، یا سامانه مجموعه چند جسم، که برهم‌کنش آن‌ها کنارهم باعث ذخیره شدن انرژی می‌شود. مثال زیر توجه کنید:



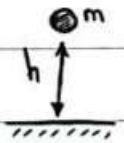
A) سامانه زمین و انسان و سامانه توپ و زمین

B) سامانه فنر و جسم و رها سازی و فشرده کردن فنر

C) سامانه بارهای الکتریکی

انرژی پتانسیل گرانشی

* انرژی پتانسیل گرانشی سامانه متشکل از زمین و جسمی به جرم m که در ارتفاع h از سطح زمین قرار دارد برابر است با:



$$U = mgh$$

- U: انرژی پتانسیل گرانشی سامانه زمین به جرم — J
- m: جرم — kg
- g: m/s^2
- h: ارتفاع از سطح زمین — m

مثال ۵۳) انرژی پتانسیل گرانشی سامانه زمین و جسمی به جرم $4kg$ که از سطح زمین $10m$ ناصله دارد چقدر است؟

$$\left.\begin{matrix} m = 4kg \\ h = 10m \end{matrix}\right\} \rightarrow U = mgh = 4 \times 10 \times 10 = 400\ J$$

$J \equiv kg\,m^2/s^2$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

نکته ۸ ما h را ارتفاع از سطح زمین در نظر می‌گیریم، بنابراین برای هر جسمی روی سطح زمین $h=0$ ⟵ $U=mgh=0$ خواهد بود.

سوال) اما آیا این به این معنی است اگر زیر زمین سوراخ یا چاهی باشد و توپی روی سطح زمین قرار داشته باشد، آیا توپ به درون سوراخ نمی‌رود؟ چرا؟

انرژی پتانسیل گرانشی توپ نسبت به سطح زمین صفر است! ما می‌توانیم انرژی پتانسیل جسم را نسبت به کف کلاس یا صفر بگیریم (بالاتر از حیاط مدرسه چند طبقه بالاتر است.) به عنوان مثال توپی روی میز معلم قرار دارد؛ انرژی پتانسیل توپ نسبت به میز معلم صفر است. حال اگر

۱- نسبت به کف کلاس که در طبقه دوم قرار دارد بسنجیم؛ $h=0.17\,m$

۲- نسبت به کف کلاس طبقه اول؛ $h=3\,m+0.17\,m$ (ارتفاع از طبقه اول)

۳- نسبت به حیاط مدرسه؛ $h=3.17\,m$ (ارتفاع ۳ پله از حیاط)

می‌بینیم ارتفاع (h) متفاوت خواهد بود و باید بدانیم انرژی پتانسیل گرانشی را نسبت به کدام سطح محاسبه می‌کنیم.

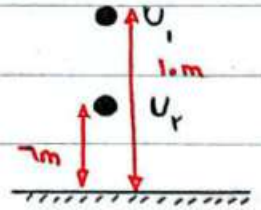
⟵ انرژی پتانسیل گرانشی هم یک کمیت نسبی است.

⟵ معمولا انرژی پتانسیل گرانشی نسبت به سطح زمین صفر در نظر گرفته می‌شود و این به ذهن است

تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است! نه انرژی پتانسیل گرانشی در یک نقطه!

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۵۴) وزنه‌ای از ارتفاع ۱۰m از سطح زمین به ارتفاع ۶m از سطح زمین می‌رسد. انرژی پتانسیل آن چقدر تغییر می‌کند؟ ($m = 2kg$)



$$U_1 = mgh_1 = 2 \times 10 \times 10 = 200\,J$$
$$U_2 = mgh_2 = 2 \times 10 \times 6 = 120\,J$$
$$\Delta U = U_2 - U_1 = 120 - 200 = -80\,J$$

- کار نیروی وزن در این جابه‌جایی چقدر است؟

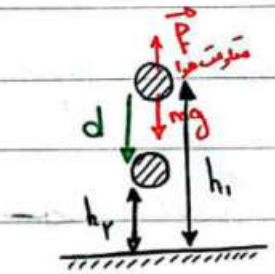
$$W_{mg} = mg\cos\theta\, d = (2\times10)\times\cos0^\circ \times 4 = 80\,J$$

- چه رابطه‌ای بین ΔU و W_{mg} وجود دارد؟

$\Delta U = -80\,J$, $W_{mg} = 80\,J$ $\rightarrow$ $W_{mg} = -\Delta U$

* رابطه کار و انرژی پتانسیل گرانشی:

فرض کنید جسمی در حال سقوط به طرف زمین (از ارتفاع h) است.



کار نیروی وزن در این جابه‌جایی برابر است با:

$$W_{mg} = mg\cos\theta\, d = mg\cos0^\circ\, d = mgd = mg(h_1 - h_2) =$$
$$= -mg(h_2 - h_1) = -(U_2 - U_1) = -\Delta U$$

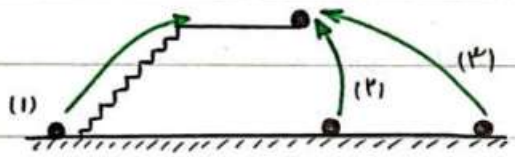
سلام مدرسه
www.HiScol.IR

$W_{mg} = -\Delta U$

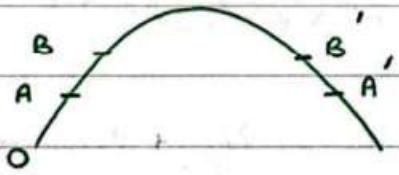
* وقتی جسم رو به بالا حرکت می‌کند ← کار نیروی وزن منفی است ولی انرژی پتانسیل گرانشی جسم زیاد می‌شود. $(\Delta U > 0)$

وقتی جسم رو به پایین حرکت می‌کند ← کار نیروی وزن مثبت است ولی انرژی پتانسیل گرانشی جسم کم می‌شود. $(\Delta U < 0)$

♡ کار نیروی وزن W_{mg} ← به مسیر حرکت بستگی ندارد و به جرم جسم و تغییر ارتفاع از سطح زمین بستگی دارد.



W_{mg} (مسیر ۱) = W_{mg} (مسیر ۲) = W_{mg} (مسیر ۳)



W_{mg} (از A به O) = W_{mg} (از O به A')

نکته: کار نیروی وزن در مسیرهای بسته صفر است!

$h_1 = h_2 \rightarrow U_2 = U_1 \rightarrow W_{mg} = 0$ نکته: کار نیروی وزن در مسیر بسته صفر است!

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

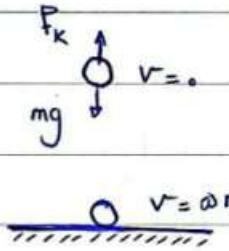
مثال ۵۵) جسمی به جرم $10kg$، از سطح زمین تا بالای یک تپه به ارتفاع $20m$ از سطح زمین، بالا برده شده است.

کار نیروی وزن در این جابه‌جایی چند ژول است؟

$$W_{mg} = -\Delta U = -mg\Delta h = -10 \times 10 \times (20 - 0) =$$
$$= -2000\ J$$

مثال ۵۶) جرثقیلی از ارتفاع $800m$ از حال سکون رها می‌شود. جرم جرثقیل به همراه جرثقیل $80kg$ است.

اگر با تندی $5\frac{m}{s}$ به زمین برسد، کار نیروی مقاومت هوا در مسیر سقوط چند kJ است؟



$$W_t = W_{P_k} + W_{mg}$$
$$W_{mg} = -\Delta U = +mgh = +80 \times 10 \times 800 = +640000\ J$$
$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = 1000$$

$$\Rightarrow W_t = W_{P_k} + W_{mg} \rightarrow 1000 = W_{P_k} + 640000 \rightarrow W_{P_k} = -639kJ$$

مثال ۵۷) جسمی دارای انرژی جنبشی $100\ J$ است. اگر بر این جسم نیروی خالص در جهت جابه‌جایی وارد شود، طی $5m$ جابه‌جایی انتقالی، تندی آن 20% افزایش می‌یابد. در این صورت اندازهٔ نیروی خالص چند N است؟

$$K_1 = 100\ J = \frac{1}{2}mv_1^2$$
$$v_2 = 1.2\,v_1$$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

$$W_t = W_F = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}m\left((1.2v_1)^2 - v_1^2\right) =$$

$$= \frac{1}{2}m(0.44v_1^2) = 0.44\underbrace{\left(\frac{1}{2}mv_1^2\right)}_{K_1 = 100J} = 44J$$

$$W_F = Fd\cos\theta \Longrightarrow 44J = F \times 5 \longrightarrow F = 8.8N$$

مثال ۵۸) شخصی ضمه اول تا ضمه سوم ساختمان را یک بار با تندی v و بار دیگر با تندی $\frac{v}{2}$ بالا می‌رود.

نسبت تغییر انرژی پتانسیل گرانشی این شخص در حالت اول به حالت دوم چقدر است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۲

$$\frac{\Delta U_2}{\Delta U_1} = \frac{mg\Delta h}{mg\Delta h} = 1$$

پاسخ گزینه ۱

مثال ۵۹) دانش‌آموزی گلوله‌ی به جرم ۱۰۰gr را از زمین برداشته و تا ارتفاع ۱۵m بالا می‌برد و با سرعت $12\frac{m}{s}$ پرتاب می‌کند. این دانش‌آموز چند ژول کار روی گلوله برای انجام می‌دهد؟ $(g = 10 m/s^2)$

مرحله ۱: $W_1 = -W_{mg} = mgh = 0.1 \times 10 \times 15 = 15J$

مرحله ۲: $W_2 - W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (12)^2 = 7.2J$

کار کل دانش‌آموز $W_t = W_1 + W_2 = 15 + 7.2 = 8.7J$

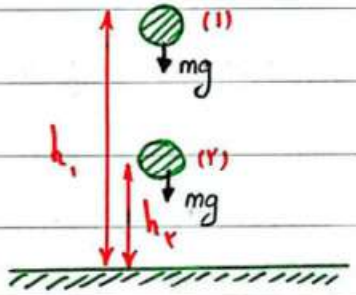
سلام مدرسه
www.HiScol.IR

اصل پایستگی انرژی مکانیکی

* انرژی مکانیکی E به مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل هرجسم، انرژی مکانیکی آن گفته می‌شود و با نماد E نشان می‌دهیم.

$$E = U + K$$

پایستگی انرژی مکانیکی: وقتی گلوله‌ای از ارتفاع h_1 به طرف زمین سقوط می‌کند.



(با رفتن با جریان مقاومت هوا) وقتی توپ از موقعیت (۱) به موقعیت (۲) می‌رسد.

کار نیروی وزن را محاسبه کنید:

$$W_{mg} = -\Delta U = -(U_2 - U_1)$$

کار کل انجام شده روی توپ را نیز محاسبه کنید: (چون فقط نیروی وزن به توپ وارد می‌شود، پس کار کل با کار نیروی وزن برابر است.)

$$\left.\begin{aligned} W_t &= W_{mg} \\ W_t &= K_2 - K_1 \\ W_{mg} &= -(U_2 - U_1) \end{aligned}\right\} \rightarrow K_2 - K_1 = -(U_2 - U_1) \quad (I)$$

$$\rightarrow K_2 - K_1 = -U_2 + U_1 \quad (II)$$

$$\rightarrow \boxed{K_2 + U_2 = K_1 + U_1}$$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

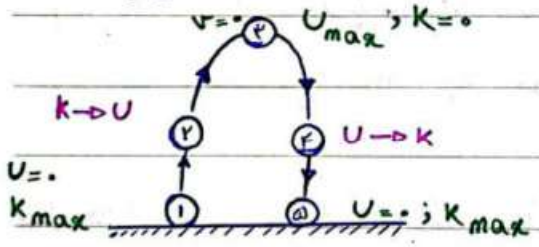
← با توجه به رابطه $K_2+U_2=K_1+U_1$ می‌توان گفت: مجموع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی جسم در نقطه‌های مختلف مسیر حرکت با هم برابر است.

$$E=U+K$$
$$U_1+K_1=U_2+K_2$$
$$\rightarrow \boxed{E_1=E_2}$$

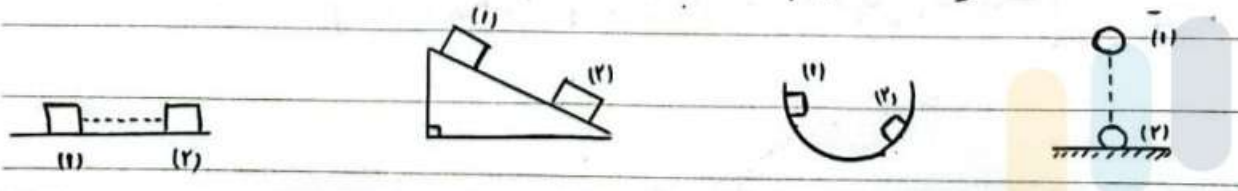
* اصل پایستگی انرژی مکانیکی ←

* اصل پایستگی انرژی مکانیکی: با نادیده گرفتن نیروهای مقاوم (اصطکاک و مقاومت هوا) انرژی مکانیکی یک جسم در طول مسیر همواره مقداری ثابت است: $E_1=E_2$

* اگر نیروهایی مانند اصطکاک و مقاومت هوا نادیده گرفته شود ← انرژی مکانیکی یک جسم در تمام نقاط مسیر حرکتش ثابت است. ← می‌توان گفت به همان اندازه که انرژی جنبشی آن [افزایش / کاهش] می‌یابد، انرژی پتانسیل آن [کاهش / افزایش] پیدا می‌کند.



* پایستگی انرژی مکانیکی به جرم جسم، زاویه سطح شیب، شکل مسیر حرکت و نوع حرکت جسم بستگی ندارد.



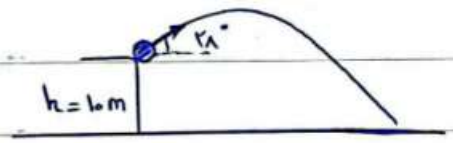
سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۶۰) جسمی به جرم $1kg$ از ارتفاع $5m$ سطح زمین با تندی $3\frac{m}{s}$ عبور می‌کند. انرژی مکانیکی جسم را در این نقطه محاسبه کنید.

$m=1kg$
$h=5m$
$v=3\frac{m}{s}$
$E=?$

$$E=U+K=mgh+\frac{1}{2}mv^2$$
$$=1\times10\times5+\frac{1}{2}\times1\times9=54.5J$$

مثال ۶۱) در شکل زیر، از ارتفاع $10m$ بالای سطح زمین، توپی به جرم $0.5kg$، با تندی $10\frac{m}{s}$ تحت زاویه 28° نسبت به افق به سمت بالا پرتاب می‌شود. تندی توپ را در ارتفاع $5.2m$ بالای سطح زمین محاسبه کنید (مقاومت هوا ناچیز است)



$$E_1=U_1+K_1=mgh_1+\frac{1}{2}mv_1^2$$
$$=0.5\times10\times10+\frac{1}{2}\times0.5\times100=50+25=75J$$

$$E_1=E_2$$
$$E_2=U_2+K_2=mgh_2+\frac{1}{2}mv_2^2=0.5\times10\times5.2+\frac{1}{2}\times0.5\times v_2^2=75J$$
$$\rightarrow \frac{1}{4}v_2^2=49 \rightarrow \frac{1}{2}v_2=7 \rightarrow v_2=14\frac{m}{s}$$

مثال ۶۲) جسمی به جرم $4kg$ را از سطح زمین با تندی $20\frac{m}{s}$ در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. انرژی مکانیکی جسم پس از $2.5s$ چند ژول است؟

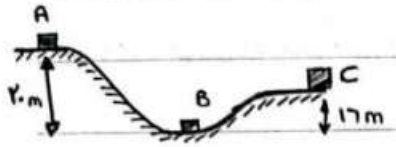
$v_1=20\frac{m}{s}$
$h_1=0$ سطح زمین

$$E_1=U_1+K_1=\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}\times4\times400=800J$$

$$E_1=E_2$$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۶۳) در شکل روبه‌رو یک واگن تفریحی نشان داده شده است. اگر واگن در A از حال سکون شروع به حرکت کند تندی آن در B و C چقدر است؟ از اصطکاک قطار با ریل صرف نظر کنید.



$v_A = 0 \rightarrow K_A = 0$
$v_B = ?$
$v_C = ?$

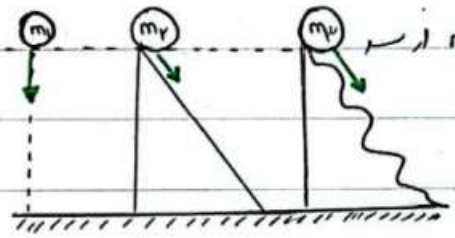
$\rightarrow E_A = U_A = mgh_A = m \times 10 \times 20 = 200m$

$E_A = E_B = \frac{1}{2}mv_B^2 = 200m \rightarrow v_B^2 = 400 \rightarrow v_B = 20\ m/s$

$E_A = E_C = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2 = 200m \rightarrow 170 + \frac{1}{2}v_C^2 = 200 \rightarrow v_C^2 = 40 \times 2 = 80$

$\rightarrow v_C = 8.9\ m/s$

مثال ۶۴) مطابق شکل، سه توپ با جرم‌های متفاوت $m_3 > m_2 > m_1$ از سر میز متفاوت ولی از ارتفاع یکسان رها می‌شوند. در صورتی که اتلافی نداریم:



الف) تندی توپ‌ها در لحظه رسیدن به زمین با هم مقایسه کنید. انرژی جنبشی را نیز مقایسه کنید.

ب) تندی توپ‌ها در لحظه رسیدن به زمین در حالتی که جرم توپ‌ها برابر باشد.

الف)
$E_1 = m_1gh_1 + K_1$
$E_2 = m_2gh_2 + K_2$
$E_3 = m_3gh_3 + K_3$
$\rightarrow m_3 > m_2 > m_1$

$E_3 > E_2 > E_1 \rightarrow K_3 > K_2 > K_1$

ارتفاع دارم ✱ $v_B = \sqrt{2gh} \rightarrow v_{3B} = v_{2B} = v_{1B}$

ب) $m_1 = m_2 = m_3 \rightarrow v_1 = v_2 = v_3$

MRNOTE

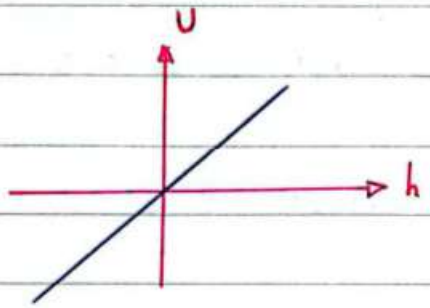
✱ اثبات: $E_A = E_B \rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$
$\rightarrow v_B = \sqrt{2gh}$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

HiScol.iR

مثال ۶۵) نمودار انرژی پتانسیل گرانشی سامانه جسم و زمین را بر حسب ارتفاع جسم از سطح زمین رسم کنید.

پس این نمودار معرف چه کمیتی است؟



$y = ax + b$

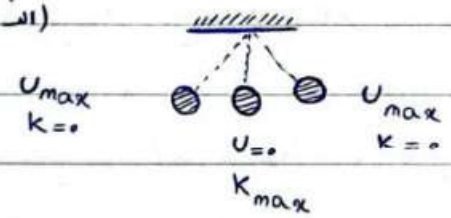
$U = mgh$

عرض از مبدا — شیب — محور عمودی — محور افقی

مثال ۶۶) توپی را از سقف آسانسوری می‌کشم و شخصی آن را از وضعیت تعادل خارج کرده و در برابر توپ بسی خود نگه داشته است. الف) چرا وقتی این شخص توپ را رها می‌کند، در هنگام برگشت به او برخورد نمی‌کند.

ب) اگر این شخص هنگام رهاکردن توپ، آن را هل دهد، در هنگام برگشت چه اتفاقی خواهد افتاد؟ (از اصطکاک صرف‌نظر شود)

الف)



چون انرژی نداریم به حالت برگشت، توپ به جای اولیه خود باز می‌گردد.

ب) زمانی که شخص توپ را هل می‌دهد، انرژی مکانیکی اولیه شامل انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی اولیه خواهد بود.

در زمان برگشت تمام این انرژی مکانیکی به انرژی پتانسیل تبدیل شده و توپ را تا سر بالایی اورد پس توپ به شخص برخورد می‌کند.

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۶۷) هواپیمایی که در ارتفاع ۲۰۰ m با تندی ۲۸۸ $\frac{km}{h}$ به طور افقی پرواز می‌کند، مطابق شکل، بسته‌ای را رها می‌سازد.

با چشم پوشی از مقاومت هوا، تندی بسته هنگام رسیدن به زمین چند $\frac{m}{s}$ است؟

$$V_1 = 288\ \frac{km}{h} \times \frac{10^3\ m}{1\ km} \times \frac{1\ h}{3600\ s} = 80\ \frac{m}{s}$$

$$E_1 = mgh_1 + \frac{1}{2}mV_1^2 = m \times 10 \times 200 + \frac{1}{2}m\,80^2 = m(2000 + 3200) = 5200\,m$$

$$E_2 = U_2 + K_2 = \frac{1}{2}mV_2^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mV_2^2 = 5200\,m \longrightarrow V_2 = 101.98\ m/s$$

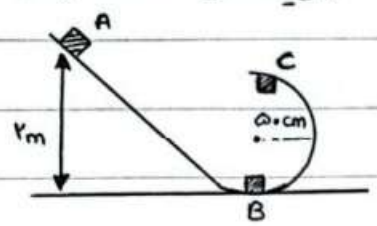
مثال ۶۸) از نقطه‌ای به ارتفاع ۴۰ m در شرایط خلا، گلوله‌ای به جرم m با سرعت V به سمت پایین پرتاب می‌شود، گلوله دیگری به جرم 3m و بدون سرعت اولیه از همان نقطه سقوط کند، هردو گلوله با انرژی جنبشی یکسان به سطح زمین می‌رسند، V چند متر بر ثانیه است؟ چون ۲ جسم با انرژی جنبشی یکسان به زمین می‌رسند $E_1 = E_2$ (اولیه)

$$E_1 = E_2 \longrightarrow \underbrace{K_1 + U_1}_{\text{جسم با جرم } m} = \underbrace{K_2 + U_2}_{\text{جسم با جرم } 3m} \longrightarrow \frac{1}{2}mV_1^2 + mgh_1 = 3mgh_2$$

$$\longrightarrow \frac{1}{2}V_0^2 = 3gh - gh = 2gh \longrightarrow V_0^2 = 4gh = 4 \times 10 \times 40 = 1600 \longrightarrow V_0 = 40\ m/s$$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۶۹) مطابق شکل روبه رو، جسمی به جرم ۸۰۰gr از نقطه A با تندی V_1 پایین می آید. اگر تندی جسم در نقطه‌ی B برابر $V_B = 1 m/s$ باشد و (سطوح بدون اصطکاک)



الف) مقدار تندی اولیه V_1 را بیابید.

ب) اگر جسم در مسیر دایره‌ای شکل به حرکت خود ادامه دهد، کار نیروی وزن در مسیر BC را بیابید.

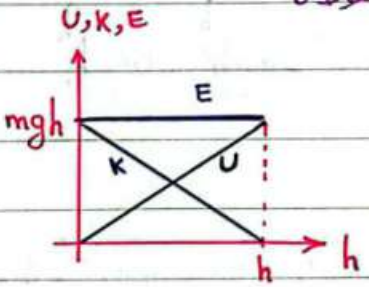
الف) $E_A = E_B \rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mV_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mV_B^2$

$\rightarrow 10\times 2 + \frac{1}{2}V_A^2 = 10\times 0 + \frac{1}{2}(1)^2 \rightarrow V_A^2 = 1 - 0 \rightarrow V_A^2 = 1 \rightarrow V_A = 1 m/s$

ب) $W_{mg} = -\Delta U = -(U_2 - U_1) = -mg(h_2 - h_1) = -0.8\times 10(1m - 0) =$

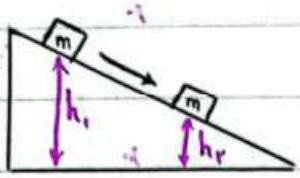
$= -8J$

♡ نمودار تغییرات انرژی جنبشی، پتانسیل گرانشی و مکانیکی یک جسم در حال سقوط آزاد



سلام مدرسه
www.HiScol.IR

کار و انرژی درونی



در شکل مقابل، جسم m با وجود اصطکاک از بالای سطح شیبدار پائین آمده است. می‌خواهیم کار نیروی اصطکاک را در این جابه‌جایی محاسبه کنیم:

$$W_t = W_{mg} + W_{\text{اصطکاک}}$$

$$W_{\text{اصطکاک}} = W_t - W_{mg}$$

قضیه کار و انرژی جنبشی: $W_t = \Delta K$

داریم: $W_{mg} = -\Delta U$

$$\rightarrow W_{\text{اصطکاک}} = W_{P_k} = W_t - W_{mg} = \Delta K - (-\Delta U) =$$

$$= (K_2 - K_1) + (U_2 - U_1) = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1)$$

$$= E_2 - E_1$$

$$\boxed{W_{P_k} = \Delta E}$$

← از این مثال نتیجه می‌گیریم کار نیروی اصطکاک (و نیروی مقاومت هوا) برابر است با تغییر انرژی مکانیکی جسم.

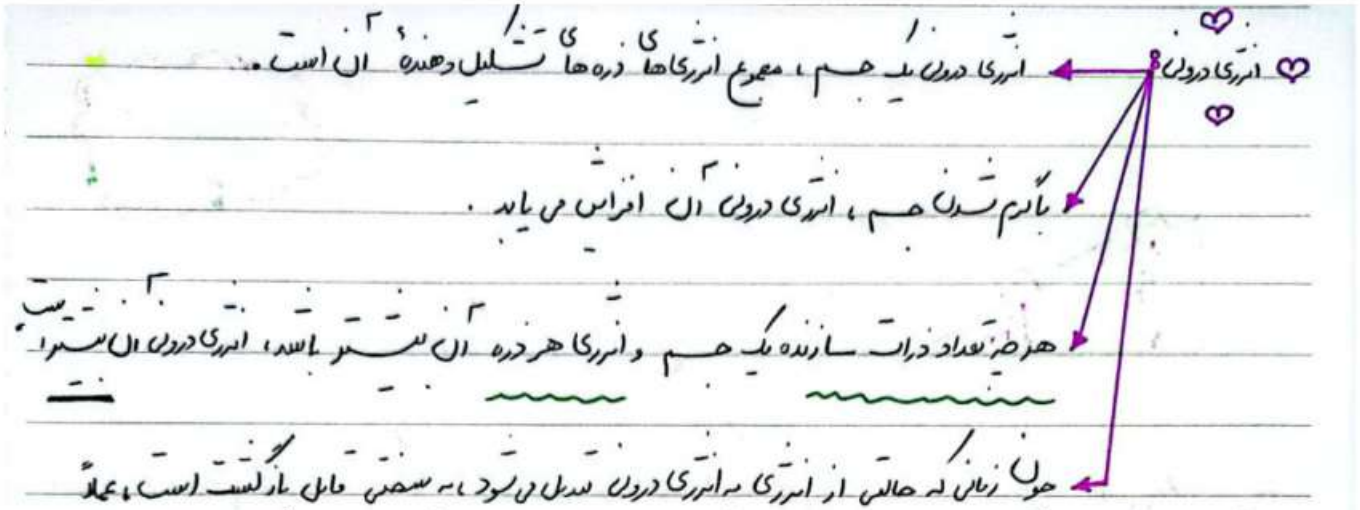
← کار نیروی اصطکاک باعث می‌شود تا مقداری از انرژی مکانیکی جسم به انرژی درونی تبدیل شود.

وقتی ۲ جسم روی هم اصطکاک سُر می‌یابند، گرم می‌شوند ← این بدان معنا است که مقدار کاهش یافته انرژی مکانیکی است ← که باعث می‌شود انرژی درونی جسم و محیط اطراف آن افزایش یابد.

$$W_P = \Delta E \rightarrow \Delta E < 0 \rightarrow E_2 < E_1$$

$W_P < 0$ کار نیروی اتلافی

سلام مدرسه
www.HiScol.IR



نمی‌توان دوباره مورد استفاده قرار داد ← اصطلاحاً می‌گوییم انرژی تلف شده است.

$W_{\text{نیروی اتلافی}} = W_f = E_2 - E_1$

– سامانه منزوی 8 سامانه‌ای که نه از محیط اطراف انرژی می‌گیرد و نه به محیط اطراف انرژی می‌دهد.

قانون پایستگی انرژی 8 در یک سامانه منزوی، مجموع کل انرژی‌ها پایسته است. انرژی از بین نمی‌رود و هم

وجود می‌آید، بلکه از صورتی به صورت دیگر تبدیل می‌شود. (یا از یک جسم به جسم دیگر منتقل می‌شود)

مثال ۷۰) سنگی که جرم آن، به همراه سرنشین آن $50\,kg$ است. از بالای تپه‌ای به ارتفاع $100\,m$ از حال سکون

شروع به حرکت می‌کند. اگر تندی سنگ در پایین تپه $30\,m/s$ شود چه مقدار انرژی بر اثر اصطکاک به انرژی

درون تبدیل می‌شود؟ $(g = 10\,N/kg)$

$$\begin{cases} U_1 = mgh_1 = 50 \times 10 \times 100 = 5 \times 10^4\,J \\ K_1 = 0 \end{cases}$$

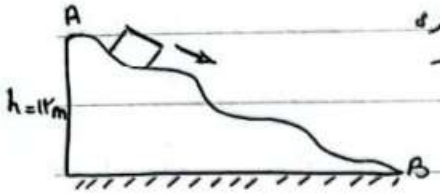
$$\begin{cases} U_2 = mgh_2 = 0 \\ K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 900 = 22500\,J \end{cases}$$

$$-W_f = E_2 - E_1 =$$

$$= 22500 - 50000 = -27500\,J$$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۷۱) در شکل زیر، جسمی به جرم $1/5\,kg$ از نقطه A با تندی $10\,\frac{m}{s}$ شروع به حرکت کرده و با تندی $10\,\frac{m}{s}$ به نقطه B در پایین صفحه می‌رسد. کار نیروی اصطکاک سطح برروی جسم را محاسبه کنید.



$$\begin{cases} U_1 = mgh_1 = 1/5 \times 10 \times 12 = 180\,J \\ K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_2 = mgh_2 = 0 \\ K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 1/5 \times 100 = 75\,J \end{cases}$$

$$\rightarrow W_f = E_2 - E_1 = 75 - 180 = -105\,J$$

مثال ۷۲) توپی به جرم $500\,gr$ را با تندی $6\,\frac{m}{s}$ در راستای قائم در هوا به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. توپ با تندی $4\,\frac{m}{s}$ به نقطه پرتاب خود برمی‌گردد. انرژی مکانیکی آن چقدر و چگونه تغییر کرده است؟

چون توپ به نقطه پرتاب برگشته است $\rightarrow U_2 = U_1$ و مقاومت هوا باعث اتلاف انرژی مکانیکی می‌شود.

$$\Delta E = (E_2 - E_1) = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = K_2 - K_1 =$$

$$= \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 0/5 \times (16 - 36) = -5\,J$$

انرژی مکانیکی توپ $5\,J$ کاهش یافته!

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۷۳) گلوله‌ای به جرم ۵۰gr از دهانهٔ تفنگی با تندی ۱km/s خارج می‌شود و با تندی ۰/۴ km/s به زمین برخورد می‌کند. در مدت حرکت گلوله کار نیروی مقاومت هوا چقدر است؟ (ارتفاع شلیک گلوله را ۱/۵m در نظر بگیرید.)

$m = 50gr = 0/05kg$; $v_1 = 1km/s = 1000 m/s$; $v_2 = 0/4 \frac{km}{s} = 400 \frac{m}{s}$

$$\begin{cases} U_1 = mgh_1 = 0/05 \times 10 \times 1/5 = 0/75J \\ K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 0/05 \times 1000^2 = 25000J \end{cases}$$

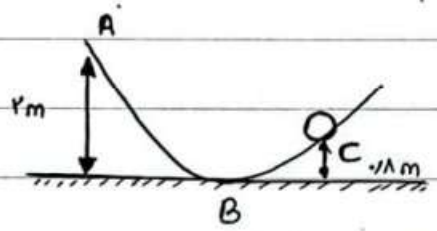
$$\begin{cases} U_2 = mgh_2 = 0 \\ K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 0/05 \times 400^2 = 4000J \end{cases}$$

$\rightarrow W_f = E_2 - E_1 =$

$= 4000 - (25000 + 0/75) =$

$= 21000/75 J$

مثال ۷۴) جسمی به جرم ۴۰۰gr، سیم ABC را طی می‌کند. اگر تندی جسم در نقطهٔ A برابر ۱m/s و اتلاف انرژی در طول سیم ABC برابر ۱/۵J باشد، انرژی جنبشی جسم در نقطهٔ C چقدر خواهد بود؟



$$\begin{cases} U_1 = mgh_1 = 0/4 \times 10 \times 2 = 8J \\ K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 0/4 \times 1^2 = 0/2J \end{cases}$$

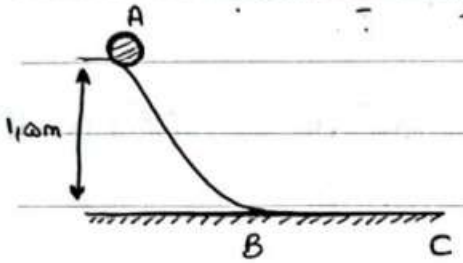
نقطهٔ C: $U_2 = mgh_2 = 0/4 \times 10 \times 0/8 = 3/2J$

$\rightarrow W_{F_k} = E_2 - E_1 \rightarrow -1/5 = (K_2 + 3/2) - (0/2 + 8)$

$\rightarrow K_2 = 3/5J$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۷۵) جسمی به جرم ۲kg بدون تندی اولیه از نقطه A به ارتفاع ۱٫۵m بالای سطح افقی BC رها می‌شود و پس از طی مسیر افقی BC = ۴m در نقطه C متوقف می‌شود. اگر سطح AB بدون اصطکاک باشد نیروی اصطکاک در مسیر BC چقدر است؟



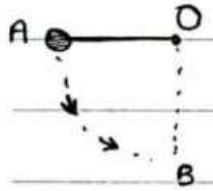
$$\left.\begin{array}{l} U_1 = mgh_1 = 2\times 10\times 1{,}5 = 30\ J \\ K_1 = 0 \end{array}\right\} \rightarrow W_{F_k} = E_2 - E_1 = 0 - 30 = -30\ J$$

در نقطه C: $U_2 = mgh_2 = 0$, $K_2 = 0$

از طرفی $W_{F_k} = F_k d\cos\theta = -F_k d$

$$\rightarrow -30 = -F_k \times 4 \rightarrow F_k = 7{,}5\ N$$

مثال ۷۶) جرم میله‌ی یکنواخت ۲۰۰gr و طول آن ۵۰cm است. اگر میله از نقطه A رها شود، تندی میله در نقطه B (پایین‌ترین نقطه از سر میله) چه قدر است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر کنید)

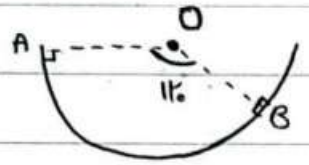


$$E_A = E_B \xrightarrow[U_B=0]{K_A=0} U_A = K_B \rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\rightarrow 1\times 0{,}5 = \frac{1}{2}v_B^2 \rightarrow v_B^2 = 10 \rightarrow v_B = \sqrt{10}\ m/s$$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

اضافه
مثال ۷۷) در شکل زیر جسمی با سرعت اولیه $۳\frac{m}{s}$ از لبه نیم کره‌ای به شعاع ۳۶ cm مماس بر مسیر به سمت پایین پرتاب می‌شود. اگر انرژی جنبشی جسم در نقاط A و B برابر ۲J باشد، حد روی اسری در فاصله AB طی شده چند ژول است؟ ($\sin ۶۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$)



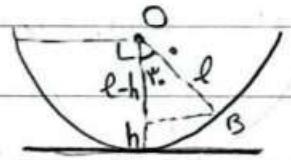
۱) $۰/۱۸\sqrt{۳}$ ۲) ۰ ۳) $۸۰\sqrt{۳}$ ۴) ۰/۱۸

$v_۱ = ۳\frac{m}{s}$; $K_A = K_B = ۲J$

$K_A = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \rightarrow ۲ = \frac{۱}{۲}m \times ۹ \rightarrow m = \frac{۴}{۹}kg$

$h_A = ۳۶cm \rightarrow U_A = mgh_A = \frac{۴}{۹} \times ۱۰ \times ۰/۳۶ = ۱/۶J$

$E_A = K_A + U_A = ۲ + ۱/۶ = ۳/۶J$



$h = h_B$

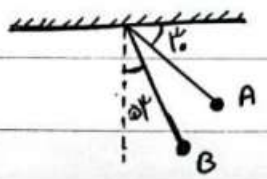
$\cos ۶۰^\circ = \frac{ℓ-h}{ℓ} \rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۳۶-h}{۳۶} \rightarrow h = \frac{-۳۶\sqrt{۳}}{۲} + ۳۶$

$= -۱۸\sqrt{۳} + ۳۶$ cm

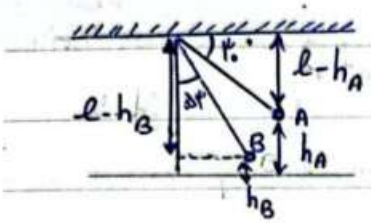
$U_B = mgh_B = \frac{۴}{۹} \times ۱۰ \times ۱۰^{-۲} \times (۳۶ - ۱۸\sqrt{۳}) = ۱۰^{-۱}(۱۶ - ۸\sqrt{۳})$

$E_P = E_B - E_A = (۱/۶ - ۰/۱۸\sqrt{۳}) - ۱/۶ = -۰/۱۸\sqrt{۳}$ گزینه ۱

اضافه
مثال ۷۸) مطابق شکل گلوله‌ای به جرم ۲kg در جایی از AB با طناب سبکی به طول ۱۰cm آویزان است. کار نیروی وزن وارد بر جسم در جابه‌جایی از A تا B چند ژول است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$ ، $\cos ۵۳^\circ = ۰/۶$)



سلام مدرسه
www.HiScol.IR



$\cos 37^\circ = \frac{\ell - h_B}{\ell} \rightarrow 0.8 = \frac{10 - h_B}{10}$,

$\rightarrow 8 = 10 - h_B \rightarrow h_B = 2\,cm = 0.02\,m$

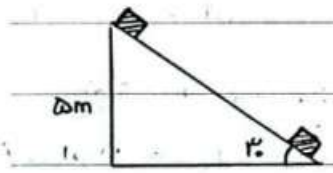
$\sin 30^\circ = \frac{\ell - h_A}{\ell} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{10 - h_A}{10} \rightarrow 5 = 10 - h_A \rightarrow h_A = 5\,cm = 0.05\,m$

$W_{mg} = -\Delta U = -(U_B - U_A) = -(mgh_B - mgh_A) = -mg(0.02 - 0.05)$,

$\rightarrow W_{mg} = -2 \times 10 \times (-0.03) = 0.6\,J$

مثال ۷۹) مطابق شکل، جسمی به جرم $2kg$ با تندی $6\,m/s$ روی سطح شیبدار به طرف بالا پرتاب می‌شود.

اگر $36\,J$ انرژی در این جابه‌جایی تلف شود، جسم با چه تندی به پایین سطح شیبدار برمی‌گردد؟



$W_f = E_2 - E_1 = -36\,J$

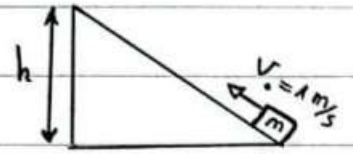
$E_1 \begin{cases} U_1 = mgh_1 = 2 \times 10 \times 5 = 100\,J \\ K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 36 = 36\,J \end{cases} \rightarrow E_1 = 136\,J$

$E_2 \begin{cases} U_2 = mgh_2 = 2 \times 10 \times 0 = 0 \\ K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_2^2 = v_2^2 \end{cases}$

$W_f = E_2 - E_1 \rightarrow -36 = v_2^2 - 136 \rightarrow v_2^2 = 100 \rightarrow v_2 = 10\,m/s$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۸۰) مطابق شکل زیر، جسمی به جرم m را با تندی $8\frac{m}{s}$ از پای سطح شیب‌دار به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. جسم با انتهای سطح شیب‌دار بالا می‌رود و سپس برمی‌گردد و با تندی $4\frac{m}{s}$ از نقطه پرتاب عبور می‌کند. ارتفاع h چند متر است؟



$E_2 - E_1 = W_f$

$mgh - \frac{1}{2}m \times 16 = W_{f_{رفت}}$ ⟵ $W_{f_{رفت}} = mgh - 32m$

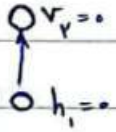
$\frac{1}{2}m \times 16 - mgh = W_{f_{برگشت}}$

چون سطح عوض نمی‌شود: $W_{f_{رفت}} = W_{f_{برگشت}}$

$mgh - 32m = 8m - mgh$

$2mgh = 40m \rightarrow 20h = 40 \rightarrow \boxed{h = 2m}$

مثال ۸۱) توپ والیبال را با تندی اولیه $V_1 = 20\ m/s$ به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. اگر هنگام رسیدن توپ به بالاترین نقطه (ارتفاع اوج) $\frac{1}{10}$ انرژی جنبشی اولیه تلف شود، توپ پس از جدا شدن از دست، حداکثر تا چه ارتفاع برحسب متر بالا می‌رود؟



در بالاترین نقطه تندی صفر می‌شود ⟵ $K_2 = 0$

$W_f = \frac{-10}{100}K_1$

$W_f = E_2 - E_1 = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) \Rightarrow \frac{-10}{100}K_1 = U_2 - K_1$

$\rightarrow U_2 = \frac{90}{100}K_1 \rightarrow \frac{9}{10} \times \frac{1}{2}m(V_1^2) = mgh_2 \rightarrow 180 = 10h_2$

$h_2 = 18\ m$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

توان

* از مهم‌ترین ویژگی‌های ماشین‌های ساده و پیچیده، مدت زمانی است که طول می‌کشد تا کار معینی انجام دهد.

هر چه موتور قوی‌تر باشد ← مدت زمانی که طول می‌کشد تا کار معینی را انجام دهد کوتاه‌تر می‌شود.

به عنوان مثال اگر ماشین، موتور قوی داشته باشد ← راحت‌تر و سریع‌تر از جاده کوهستانی بالا می‌رود.
اگر موتور ماشین ضعیف باشد ← برای بالا رفتن از جاده کوهستانی زمان طولانی‌تری لازم است.

یا اگر موتور بالابر آسانسور قوی باشد ← کابین آسانسور راحت‌تر و سریع‌تر بالا می‌رود ... چند مورد دیگر مثال بزنید!

منظور این است موتورهایی که در هر مدت زمان می‌توانند کار معینی انجام دهند، مورد نظر است!

* توان:

✓ در فیزیک، اهمیت انجام کار را کمیت توان توصیف می‌کند: $\bar{P} = \frac{W}{\Delta t}$ توان متوسط

✓ توان کمیت برداری است.

✓ $\bar{P} = P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$ یکای SI برای W است (یکاهای دیگر KW و MW یکاهای رایج)

W (وات) ← W ، J ← J ، s ← s

✓ یک وات: یک ژول بر ثانیه است! ($1W = 1 J/s$)

✓ یکای دیگر توان ← اسب بخار (hp) توسط وات برای اولین بار معرفی شد $1hp = 746W$

✓ معیاری برای کندتر و سریع‌تر انجام گرفتن یک کار است.

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۸۲) شخصی با نیروی افقی ۴۰N، جسمی را بر روی سطح افقی در مدت ۴s، ۱۰m جابجا کرده است. توان شخص چند kW است؟

$$W_t = F_t d\cos\theta = 40 \times 10 = 400\ J$$

$$P = \frac{W_t}{\Delta t} = \frac{400}{4} = 100\ W = 0.1\ kW$$

مثال ۸۳) اتومبیلی به جرم 900kg در یک جاده افقی روی خط راست از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از 10s تندی آن به $72\ \frac{km}{h}$ می‌رسد. توان متوسط اتومبیل چند kW است؟ (شروط مقادیر را نادیده بگیرید.)

$$W_t = K_2 - K_1^{0} = \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} \times 900 \times (20)^2 = 18 \times 10^4\ J$$

$$\bar{P} = \frac{W_t}{\Delta t} = \frac{18 \times 10^4}{10} = 18000\ W = 18\ kW$$

مثال ۸۴) شخصی به جرم 78.5kg، در مدت زمان 8 دقیقه، از تعداد 50 پله بالا می‌رود. توان متوسط صعود او چند W است؟ (ارتفاع هر پله = 28.5 cm)

$$h = 50 \times 28.5 = 1425\ cm = 14.25\ m$$

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{78.5 \times 10 \times 14.25}{480} \approx 1.3 \times 10^2\ W$$

مثال ۸۵) آسانسوری با سرعت ثابت، ۶ نفر مسافر را در زمان 5min، 120m بالا می‌برد. اگر جرم متوسط هر مسافر 70kg و جرم آسانسور $10^3\ kg$ باشد، توان متوسط آسانسور چند W است؟

$$\Delta t = 5 \times 60 = 300\ s$$

$$\left.\begin{array}{l} m_{\text{مسافرها}} = 7 \times 60 = 360 \\ M = 1000\ kg \end{array}\right\} \rightarrow m_{کل} = 1360\ kg \rightarrow \bar{P} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{1360 \times 10 \times 120}{300} \rightarrow \bar{P} = 5440\ W$$

HiScol.iR

مثال ۸۶) اتومبیلی به جرم ۱٫۵ ton از حال سکون پا شتاب ثابت به حرکت درمی‌آید و بعد از ۱ دقیقه، تندی آن به ۷۲ $\frac{km}{h}$ می‌رسد، توان اتومبیل در این مدت چند W است؟

$$W_t = K_2 - K_1 \rightarrow W_t = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 1500 \times 20^2 = 3 \times 10^5 J$$

$$P = \frac{W_t}{\Delta t} = \frac{3 \times 10^5}{60} = 5000 W$$

مثال ۸۷) جرثقیلی می‌تواند در مدت ۵۰s، باری به جرم ۱۰۰ kg را با سرعت ثابت در راستای قائم، ۵۰m بالا ببرد. توان متوسط آن را برحسب W محاسبه کنید؟

$$\bar{P} = \frac{mgh}{\Delta t}$$

$$\bar{P} = \frac{100 \times 10 \times 50}{50} = 100 W$$

مثال ۸۸) پله‌برقی می‌تواند در هر دقیقه یک تانکر ۲۰ Lit آب را با تندی ثابت از ارتفاع ۱۲m بالا ببرد. توان متوسط پله‌برقی چقدر است؟

$$V = 20 Lit \times \frac{1\, m^3}{10^3 Lit} = 20 \times 10^{-3} m^3$$

$$m = \rho V = 10^3 \times 20 \times 10^{-3} = 20 kg$$

$$\bar{P} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{20 \times 10 \times 12}{60 s} = 40 W$$

مثال ۸۹) جسمی به جرم ۲۰ kg با تندی ثابت ۲ m/s توسط یک بالابر ۴۰m بالا برده می‌شود، توان متوسط این بالابر چقدر است؟

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{\bar{V}} = \frac{40}{2} = 20 s$$

$$\bar{P} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{20 \times 10 \times 40}{20} = 400 W$$

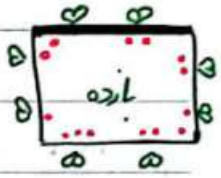
سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۹۰) از موتوری با توان ۳۸۰W، برای بالابردن باری، با تندی ثابت $10\ \frac{cm}{s}$ استفاده می‌شود. جرم باری که حمل می‌شود چقدر است؟ مقدار کار انجام شده در ۱ ثانیه: $W = \bar{P}t = 380 \times 1 = 380J$ و در هر ثانیه

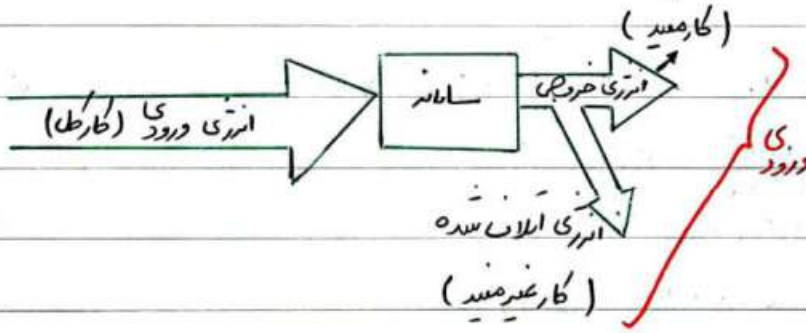
$\Delta x = \bar{v}\Delta t = 10\ cm/s \times 1\ s = 10\ cm = 0.1\ m$

کار انجام شده صرف افزایش انرژی پتانسیل گرانشی ثابت $\leftarrow W = mgh \leftarrow 380 = m \times 10 \times 0.1$

$\leftarrow m = 380\ kg$



در هر ساعت تنها بخشی از انرژی ورودی (انرژی مصرفی سامانه) به انرژی مورد نظر ما تبدیل می‌شود.



مجموع این دو برابر انرژی ورودی یا کار کل است.

انرژی اتلافی (غیرمفید) + انرژی خروجی (مفید) = انرژی ورودی (کل) و طبق قانون پایستگی انرژی

تنها بخشی از انرژی ورودی قابل استفاده است که ما آن انرژی خروجی یا کار مفید می‌گوییم.

بارده: نسبت انرژی خروجی به انرژی ورودی را بارده می‌نامیم و برحسب درصد بیان می‌کنند.

* بارده همواره عددی کوچکتر از ۱۰۰ است.

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

بازده برحسب درصد = (انرژی خروجی (مفید) / انرژی ورودی (کل)) × ۱۰۰

$R\% = \frac{\bar{P}_{\text{خروجی مفید}}}{\bar{P}_{\text{ورودی}}} \times 100$

هرچه بازده یک سامانه بیشتر باشد، کارایی یا راندمان آن سامانه بیشتر است.

مثال ۹۱) موتور آبی در یک زمین کشاورزی مقداری آب را با آهنگ $0.6\ \frac{m^3}{s}$ از عمق ۱۰ متری بالا می‌آورد. اگر بازده موتور ۰/۸ باشد، با صرف نظر از انرژی جنبشی آب هنگام ورود به زمین، توان الکتریکی مصرفی موتور را حساب کنید. (هر متر مکعب آن، $10^3\ kg$ جرم دارد.)

حجم آب جابه‌جا شده در ۱ ثانیه: $0.6\ m^3 \times 1\ s = 0.6\ m^3$

کار انجام شده در ۱ ثانیه: $W = mgh = 0.6\ m^3 \times \frac{10^3\ kg}{1\ m^3} gh = 0.6 \times 10^3\ gh = 0.6 \times 10^3 \times 10 \times 10 = 6 \times 10^4\ J$

$\bar{P}_{\text{مفید}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{6 \times 10^4\ W}{1\ s} = 6 \times 10^4\ W$

$\text{بازده} = \frac{\bar{P}_{\text{مفید}}}{\bar{P}_{\text{مصرفی}}} = 0.8 \longrightarrow 0.8 = \frac{6 \times 10^4}{\bar{P}_{\text{مصرفی}}} \longrightarrow \bar{P}_{\text{مصرفی}} = \frac{6 \times 10^4\ W}{0.8} = 7.5 \times 10^4\ W$

مثال ۹۲) توان موتور جرثقیلی یک کشتی است. این جرثقیل وزنه ۵۰kg را در مدت ۲۵s از ارتفاع ۵m از سطح زمین بالا می‌برد. بازده موتور این جرثقیل چند درصد است؟

$P = 1\ kW = 10^3\ W$

$\bar{P}_{\text{مفید}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{500 \times 10 \times 5}{25} = 100$

$\text{بازده} = \frac{\bar{P}_{\text{مفید}}}{\bar{P}_{\text{مصرفی}}} \times 100 = \frac{100}{10^3} \times 100 = 10\%$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۹۳) بالابری در هر دقیقه جسمی ۴۰kg را با تندی ثابت از روی سطح زمین تا ارتفاع ۱۵m بالای ساختمانی منتقل می‌کند. اگر بازده بالابر ۶۰٪ باشد، توان ورودی و خروجی آن را حساب کنید.

$$\bar{P}_{\text{مصرفی}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{۴۰ \times ۱۰ \times ۱۵}{۶۰\,s} = ۱۰۰\ W$$

$$\text{بازده} = \frac{\bar{P}_{\text{مصرفی}}}{\bar{P}_{\text{ورودی}}} \longrightarrow ۶۰\% = \frac{۱۰۰}{P_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ \longrightarrow P_{\text{ورودی}} = \frac{۱۰۰۰۰}{۶۰} = ۱۶۶٫۶\ W$$

مثال ۹۴) یک آسانسور، در مدت ۵min تا ارتفاع ۶۰m بالا می‌رود. جرم آسانسور و بار داخل آن ۵۰۰kg و توان مصرفی ۲kW است. بازده آن آسانسور چند درصد است؟

$$\bar{P}_{\text{خروجی مفید}} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{۵۰۰ \times ۱۰ \times ۶۰}{۵ \times ۶۰} = ۱۰۰۰\ W$$

$$Ra = \frac{\bar{P}_{\text{خروجی مفید}}}{\bar{P}_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۰۰۰\ W}{۲۰۰۰\ W} \times ۱۰۰ = ۵۰\%$$

مثال ۹۵) ماهیچه‌ای در هر دقیقه ۳۰lit آب را با تندی ثابت از چاهی به عمق ۱۰m، تا ارتفاع ۵m بالای دهانه چاه بالا می‌فرستد. اگر بازده ماهیچه ۴۰٪ باشد، توان ورودی و خروجی آن را حساب کنید.

$$\bar{P}_{\text{خروجی مفید}} = \frac{mgh}{\Delta t} \overset{①}{=} \frac{۳۰ \times ۱۰ \times ۱۵}{۶۰\,s} = ۷۵\ W$$

$$m_{\text{آب}} = ۳۰\ Lit \times \frac{۱\ m^3}{۱۰^3\ Lit} \times \frac{۱۰^3\ kg}{۱\ m^3} = ۳۰\ kg \quad ①$$

$$Ra = \frac{\bar{P}_{\text{خروجی}}}{\bar{P}_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ \Rightarrow \frac{۷۵\ W}{P_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ = ۴۰ \longrightarrow P_{\text{ورودی}} = P_{\text{ماهیچه}} = \frac{۷۵۰۰}{۴۰} = ۱۸۷٫۵\ W$$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۹۶) نزدیک آبشاری در هر دقیقه $2m^3$ آب از ارتفاع 10m فرو می‌ریزد. این آبشار مولد الکتریکی توان‌هایی را به کار می‌اندازد. اگر بازده دستگاه ۸۰٪ باشد، توان مولد را بدست آورید.

$m = 2\times10^4\ kg$ (در هر $1m^3$ آب $10^3 kg$ جرم وجود دارد.)

$$\overline{P}_{\text{ورودی}} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{2\times10^4\times10\times5}{60} = 1666.6\ W$$

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\times100 \rightarrow 80 = \frac{P_{\text{خروجی}}}{1666.6}\times100 \approx 1333.3\ W$$

مثال ۹۷) ارتفاع یک سد 100m است. توان الکتریکی مولدی که در پایین این سد قرار دارد، تقریبا برابر با 200MW است. اگر ۸۰ درصد کار نیروی ناشی از ریزش آب به انرژی الکتریکی تبدیل شود، در هر ثانیه حدود m^3 آب باید روی پره‌های توربین بریزد؟ (جرم هر مترمکعب آب، $10^3 kg$ در نظر بگیرید.)

$$Ra = \frac{\text{توان خروجی (مفید)}}{\text{توان ورودی}}\times100$$

$$80 = \frac{200\times10^6}{P_{\text{ورودی}}}\times100 \rightarrow P_{\text{ورودی}} = 250\times10^6\ W$$

$$P_{\text{ورودی}} = \frac{mgh}{\Delta t} \rightarrow 250\times10^6 = \frac{m\times10\times100}{1} \rightarrow m = 250\times10^3\ kg$$

$$250\times10^3\ kg\times\frac{1\ m^3}{10^3\ kg} = 250\ m^3$$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۹۸) تندی اتومبیلی به جرم $1200\,kg$ در مدت $10\,s$ از $18\,\frac{km}{h}$ به $90\,\frac{km}{h}$ می‌رسد. اگر نیروی مقاوم در برابر حرکت اتومبیل ناچیز باشد، توان متوسط موتور اتومبیل چند اسب‌بخار است؟ (هر اسب‌بخار را معادل $750\,W$ در نظر بگیرید.)

$$18\,\frac{km}{h}\times\frac{10^3\,m}{1\,km}\times\frac{1\,h}{3600\,s}=5\,\frac{m}{s}$$

$$90\,\frac{km}{h}=25\,\frac{m}{s}$$

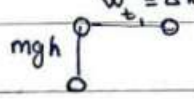
$$W=\Delta K=\frac{1}{2}m\left(v_2^2-v_1^2\right)=\frac{1}{2}\times1200\left(25^2-5^2\right)=360000\,J$$

$$\bar{P}=\frac{W}{\Delta t}=\frac{360000}{10}=36000\,W$$

$$36000\,W\times\frac{1\,hp}{750\,W}=48\,hp$$

* مثال ۹۹) یک نمک آب با توان کل $1750\,W$ در هر دقیقه آب را از سطح زمین از حال سکون به ارتفاع $50\,m$ برده و با تندی $20\,\frac{m}{s}$ به سمت بیرون پرتاب می‌کند. بازده این نمک چند درصد است؟ (از نیروی اتلاف صرف‌نظر کنید.)

(در هر دقیقه، $120\,kg$ آب جابه‌جا می‌کند)



$$W_t=mgh+\left(\frac{1}{2}m\left(v_2^2-v_1^2\right)\right)=120\times10\times50+\frac{1}{2}\times120\times400=120\left(500+200\right)$$
$$=84000\,J$$

$$\bar{P}_{\text{مفید}}=\frac{W_t}{\Delta t}=\frac{84000}{60}=1400\,W$$

$$Ra=\frac{\bar{P}_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}}\times100=\frac{1400}{1750}\times100=80\%$$

سلام مدرسه
www.HiScol.IR

مثال ۱۰۰) یک بالابر وزنه‌ای به جرم ۲۵kg را با تندی ثابت $2\frac{m}{s}$ ۳۰ بالا می‌برد. اگر نیروی اصطکاک در برابر حرکت جسم ۵۰N باشد، توان موتور بالابر چند W است؟

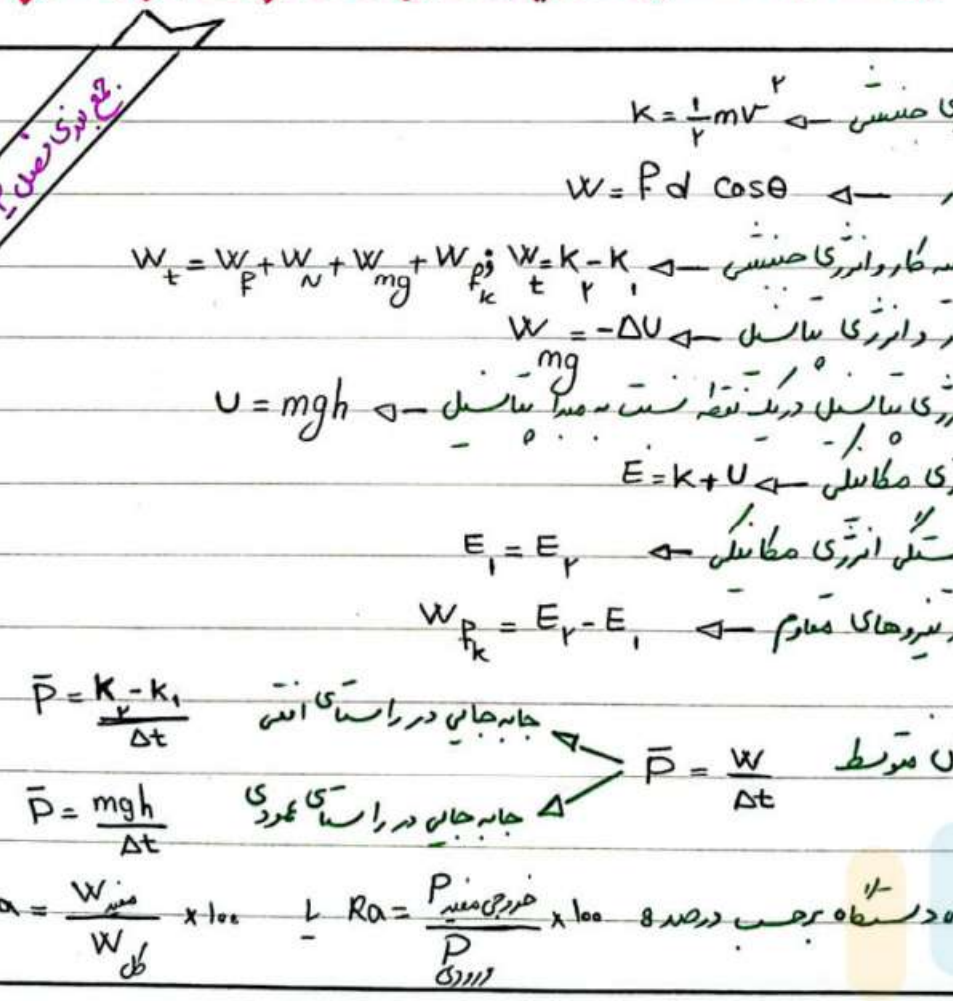
۱s ← ۳۰m

کار نیروی وزن + کار نیروی اصطکاک = کار کل (یا کار بالابر انجام می‌دهد)

$W_{mg} = mgh = 25 \times 10 \times 3 = 750\ J$

$W_{f_k} = f_k d\cos\theta = 50 \times 30 \times -1 = -1500\ J$ ← کار نیروی اصطکاک = $+1500\ J$

$W = 750 + 1500 = 9000\ J \rightarrow \bar{P} = \frac{9000\ J}{1\ s} = 9000\ W$



سلام مدرسه
www.HiScol.IR